

## МИКРОКОНВЕКТИВНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЭЛЕКТРОРЕОЛОГИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

**Е. В. Коробко, С.А Губарев., А.А Мокеев., Е.А. Баштовая**

*Государственное научное учреждение «Институт тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова» НАН Беларуси, г. Минск, Беларусь, [korobko@gmail.com](mailto:korobko@gmail.com)*

Явление микроконвективного теплопереноса в жидкостях с внутренним вращением под воздействием нестационарных магнитных полей известно достаточно давно [1 – 5]. В то же время исследованию такого процесса под воздействием электрических полей уделено значительно меньше внимания.

Известно, что в постоянном электрическом поле происходит спонтанное вращение диэлектриков, помещенных в слабопроводящую среду [6 – 10]. При использовании в качестве такой среды электрореологических жидкостей (ЭРЖ) вращение диэлектрика интенсифицируется на 1 – 2 порядка по сравнению с чистой жидкостью [11]. Этот эффект лежит в основе работы диэлектрических двигателей [12, 13]. Последнее время появились работы, изучающие динамику электрочувствительных жидкостей во вращающемся электрическом поле [14]. В работах [15, 16] предложен принцип создания центробежного насоса на этой основе. В работе [17] на основе различий электрических свойств мембран клеток и их размеров предложен метод их сепарации путем воздействия вращающимся электрическим полем.

Специфика теплообмена в ЭРЖ под воздействием вращающихся электрических полей оставалась не изученной. Эта проблема представляется особенно важной в аспекте создания управляемых электрическим полем устройств для интенсификации процессов теплообмена. Данная работа посвящена исследованию особенностей физического механизма микроконвективного теплопереноса в нелинейно вязкопластичных жидкостях и определению влияния внешнего переменного электрического поля на теплопередачу в ЭРЖ.

В связи с выше сказанным актуально изучение закономерностей микроконвекции, вызванной вращающимся электрическим полем, и ее влияния на теплоперенос в слое электрочувствительного теплоносителя. Это определило следующие задачи:

- сформулировать и решить задачу движения одной частицы наполнителя во вращающемся электрическом поле;
- рассмотреть физический механизм микроконвективного теплопереноса в ЭРЖ;
- исследовать кинетику вращения частицы в зависимости от параметров поля;
- решить задачу теплообмена на основе концепции внутренних вращений с учетом реологических аспектов и конечности размеров микровихрей.

Электрореологическая суспензия представляет собой квазигомогенную жидкую дисперсию, частицы наполнителя в которой равномерно распределены по всему объему. Под действием электрического поля образуются структуры, направленные вдоль вектора электрического поля.

Макроскопические свойства ЭРЖ выражаются значениями физических величин, усредненными по локально равновесным подсистемам  $\langle F \rangle$ , расположенными в физически бесконечно малых объемах  $dV(\vec{r}, t)$  и содержащими достаточно большое число частиц

$dN(\vec{r}, t)$ . При этом величины  $\langle F \rangle$  мало отличаются от средних по соседним элементарным объемам  $dV(\vec{r} + d\vec{r}, t + dt)$  и являются непрерывными функциями координат центров масс этих подсистем. Согласно механике гетерогенных сред [18] усреднение по локально равновесным системам проводится отдельно по жидкой несущей и твердой дисперсной фазам, а результаты суммируются. Процесс теплопроводности в отсутствие макроскопической конвекции ЭРЖ согласно первому началу термодинамики:

$$\rho_i \frac{du_i}{dt} = \rho_i A_i + \rho_i Q_i, \quad (1)$$

где  $\rho_i$  – плотность  $i$ -й фазы;  $A_i$  – работа внутренних сил;  $u_i$  – массовая плотность внутренней энергии  $i$ -й фазы;  $\rho_i Q_i = -\text{div}(\vec{j}_{qi}) + \sum_1^m Q_{ij}$  – разность входящих и выходящих потоков тепла вследствие теплопроводности  $\vec{j}_{qi}$  и контактных потоков тепла между фазами  $Q_{ij}$ .

При отсутствии фазовых переходов контактные притоки тепла через поверхность с разницей температур  $\Delta T_{ij}$ :

$$Q_{ij} = C_V dm \beta_{ij} \Delta T_{ij}, \quad (2)$$

где  $C_V$  – теплоемкость воспринимающей массы  $dm$ ;  $\beta_{ij}$  – коэффициент контактной теплопередачи.

Твердые частицы в неподвижной ЭРЖ под воздействием постоянного внешнего электрического поля напряженности  $\vec{E}$  располагаются в виде цепочек, соединяющих стенки канала в соответствии с направлением вектора  $\vec{E}$ . В частности, если разность потенциалов прикладывается к стенкам плоского канала, то цепочки будут выстраиваться поперек этого канала. Эта структура постоянно нарушается вследствие броуновского движения и восстанавливается заново за счет сдвигового течения из-за сил электрического взаимодействия.

Будем рассматривать случай, когда в неподвижной ЭРЖ во вращающемся электрическом поле напряженности  $\vec{E}(\Omega t)$  элементарный объем жидкости в установившемся движении вращается с частотой вращения  $\Omega$  в плоскости вращения вектора  $\vec{E}$  с сохранением цепочечной структуры. При этом взаимодействие между частицами меняется со скоростью релаксации. Математическое моделирование тепломассообмена в такой системе на основе решения уравнений теплопроводности и гидродинамики для отдельных частиц и вихревого течения дисперсионной среды между ними является весьма сложным. Для решения подобной задачи применительно к магнитным жидкостям в [18] предложен феноменологический подход, основанный на использовании тензора эффективной теплопроводности, учитывающего конвективный и кондуктивный механизмы теплопереноса с учетом анизотропии, вызванной внутренними вращениями частиц.

Получим по аналогии выражения для случая электрореологических жидкостей. При теплопереносе в неподвижной ЭРЖ возможен микроскопический подход с осреднением физических величин по фазам и объему [18]. В ЭРЖ как гетерогенной среде при его использовании осреднение микроконвективных потоков массы и тепла производится по

ячейкам, которые выделяются вокруг каждой частицы в виде почти сферических объемов радиуса  $(b + a)$  (рисунок 1). Эти ячейки в случае ЗРЖ вместе с частицами образуют цепи, от стенки до стенки и усреднение производится по паре соседних ячеек и по фазе несущей жидкости, окружающей всю цепь ячеек.

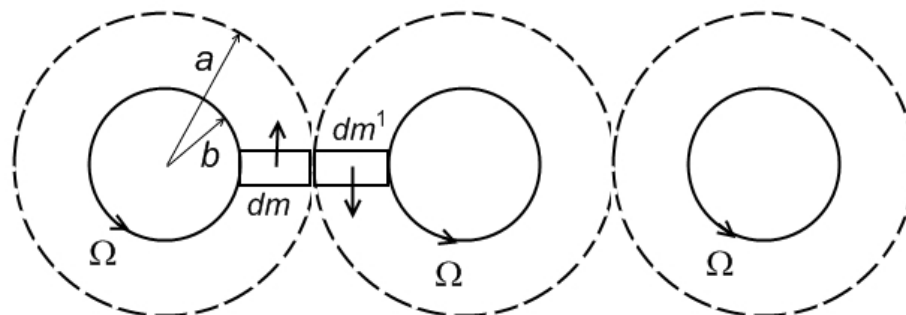


Рис. 1 – Модель теплопередачи между двумя соседними вращающимися частицами

При повороте вектора напряженности электрического поля на угол  $\Theta = \Omega \Delta t$  с угловой скоростью  $\Omega$  цепи стремятся перестроиться вдоль нового направления, однако в неподвижной жидкости частицы остаются в цепях прежнего направления. Действующие на массу жидкости электрические силы возникают только в неоднородном диэлектрике, то есть на поверхности разрыва диэлектрической проницаемости и проводимости – на поверхностях частиц. Изменение направления вектора напряженности электрического поля на массоперенос несущей жидкости не действует. Ее перемещение возникает только вследствие увлечения поверхностью вращающихся частиц.

Движущаяся поверхность частицы увлекает приповерхностный слой жидкости во вращение с той же частотой. Соседняя частица в соответствии с дипольным взаимодействием увлекает жидкость в противоположном направлении. В разделяющем их слое жидкости возникает почти плоское сдвиговое течение, в котором скорость середины слоя равна нулю. Течение между частицами приближенно принимается куэттовским с прямолинейным профилем скорости. Физический механизм передачи тепла представляется следующим.

Элемент массы жидкости  $dm$ , движущийся вслед за вращающейся частицей с линейной скоростью  $\vec{V} = \frac{1}{2} \vec{\Omega} \times \vec{b}$ , за время  $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\Omega}$  получает от нее количество тепла:

$$\delta Q_i = k dS \Delta T_1 = C_v dm \beta_i \Delta T_1, \quad (3)$$

где  $\Delta T_1$  – перепад температур частицы и жидкости, °С;  $\beta_i$  – безразмерный коэффициент теплопередачи.

Следующие полпериода элемент массы  $dm$  контактирует с аналогичным элементом  $dm^1$ , движущимся вместе с поверхностью соседней частицы в противоположном направлении и, в случае установившегося теплообмена, передает ей то же количество тепла. Точнее, в контакт приходят разные элементы последовательно, но в конце полупериода элемент на выходе из промежутка между частицами получает количество тепла, такое, какое он получил бы при непрерывном контакте в середине промежутка. Затем это тепло передается следующему звену цепи частиц и т.д. до противоположной стенки канала. В среднем возникает замкнутый поток.

В установившемся процессе теплопередачи вследствие симметрии системы вдоль стенок канала количества тепла, передаваемые поперек цепей, взаимно уравниваются. Тепло передается только перпендикулярно к стенкам. Этот средний по элементарной ячейке (частице и окружающей ее жидкости) и по дисперсионной фазе (несущей жидкости) конвективный поток тепла от нагретой до температуры  $T_1$  стенки к охлажденной до температуры  $T_2$  другой стенке, равной половине ширины промежутка между частицами, глубиной  $2(a+b)$ , охватывает продольно цепь из  $N_c$  частиц длиной  $2(a+b)N_c$ . В первом приближении профиль скорости в этом потоке линейный  $V(y) = k y$ , так что

$$Q_V = \frac{d}{dt} \int_0^{a+b} (a+b)V(y) dt dy = a \int_a^{b+a} aV(y) dy = a(a+b)^2 \Omega. \quad (4)$$

С учетом отличия реальной формы частицы от цилиндрической коэффициент 2 в последнем множителе опускается. Массовый расход  $Q_m$  и плотность потока массы равны:

$$Q_m = \frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} = \rho a(a+b)^2 \Omega, \quad (5)$$

$$j_m = \frac{Q_m}{S} = \frac{\rho \Omega a(a+b)^2}{a(a+b)} = \rho \Omega (a+b) \quad (6)$$

Каждый элемент массы  $dm$  переносит от стенки количество тепла:

$$\delta Q = j_{qk} dS dt = C_V j_m dS dt \beta \Delta T_1, \quad (7)$$

а плотность конвективного потока тепла  $j_{qk}$  равна:

$$j_{qk} = C_V j_m \beta \Delta T_1 = C_V \rho \Omega a(a+b)^2 \beta \Delta T_1. \quad (8)$$

Будем считать, что количество звеньев в цепях в установившемся процессе теплопередачи совпадает, поэтому полная разность температур между стенками равна сумме разностей температур на каждом из  $N_c$  звеньев цепи частиц и градиент температуры между стенками равен градиенту на звене:

$$\frac{\Delta T}{h} = \frac{\Delta T_1 N_c}{(a+b)N_c} = \nabla T, \quad \Delta T_1 = (a+b) \nabla T. \quad (9)$$

Плотность потока тепла вдоль цепи равна плотности потока через звено:

$$j_{qk} = C_V \rho \Omega (a+b) \beta \Delta T_1 = C_V \rho \Omega (a+b)^2 \beta \nabla T = \lambda_k \nabla T. \quad (10)$$

Полная плотность потока тепла равна сумме конвективной и кондуктивной составляющих:

$$J_q = j_{qk} + j_{qm}. \quad (11)$$

Молекулярный поток тепла проходит через цепь частиц и промежутков с плотностью  $j_{qp}$  и параллельно вдоль жидкого слоя между соседними цепями с плотностью  $j_{qf}$ :

$$j_{qm} = j_{qp} + j_{qf}. \quad (12)$$

Поток вдоль цепи в установившемся процессе одинаков через частицу и прослойку жидкости между частицами:  $j_{qp} = j_{qf} = \lambda_p \nabla T_p = \lambda_f \nabla T_f$ , поэтому

$$\nabla T_f = \frac{\lambda_p}{\lambda_f} \nabla T_p. \quad (13)$$

С другой стороны:  $\nabla T_p = \frac{\Delta T_p}{2a}$ ,  $\nabla T_f = \frac{\Delta T_f}{2b}$ , и

$$\nabla T_f = \frac{\lambda_p}{\lambda_f} \frac{b}{a} \Delta T_p. \quad (14)$$

Полная разность температур вдоль цепи из  $N_c$  частиц равна

$$\Delta T = (\Delta T_p + \Delta T_f) N_p, \quad N_p = \frac{h}{2(a+b)}, \quad (15)$$

поэтому

$$\Delta T_p + \Delta T_f = \frac{\Delta T 2(a+b)}{h} = 2(a+b) \nabla T, \quad \Delta T_p + \frac{\lambda_p}{\lambda_f} \frac{b}{a} \Delta T_p = 2(a+b) \nabla T,$$

$$\left(1 + \frac{\lambda_p}{\lambda_f} \frac{b}{a}\right) \Delta T_p = 2(a+b) \nabla T, \quad \Delta T_p = \frac{2(a+b) \lambda_f a}{\lambda_f a + \lambda_p b} \nabla T, \quad j_{qc} = \lambda_p \frac{2(a+b) \lambda_f a}{\lambda_f a + \lambda_p b} \nabla T$$

и средний коэффициент молекулярной теплопроводности цепей частиц равен

$$\lambda_c = \lambda_p \frac{2(a+b) \lambda_f a}{\lambda_f a + \lambda_p b}. \quad (16)$$

Молекулярный поток тепла вдоль слоя жидкости между соседними цепями частиц, непрерывного от одной стенки канала до другой определяется обычным законом теплопроводности:  $j_{qf} = \lambda_f \nabla T$  и складывается с потоком вдоль цепей, так что полный молекулярный поток тепла имеет плотность

$$j_{qm} = j_{qp} + j_{qf} = \left[ \lambda_f + \lambda_p \frac{2(a+b)\lambda_f a}{\lambda_f a + \lambda_p b} \right] \nabla T \quad (17)$$

и полный коэффициент молекулярной теплопроводности ЭРЖ равен

$$\lambda_m = \lambda_f + \lambda_p \frac{2(a+b)\lambda_f a}{\lambda_f a + \lambda_p b}. \quad (18)$$

Полный коэффициент теплопроводности поперек слоя ЭРЖ равен сумме конвективного и молекулярного

$$\lambda_{\perp} = \lambda_k + \lambda_m = C_V \rho \frac{\Omega}{2} (b+2a)^2 \beta_i + \lambda_f + \lambda_p \frac{2(a+b)\lambda_f a}{\lambda_f a + \lambda_p b}. \quad (19)$$

Коэффициент теплопроводности вдоль слоя ЭРЖ параллельно стенкам канала вследствие симметрии неподвижной ЭРЖ имеет такое же значение. В направлении, перпендикулярном плоскости вращения напряженности электрического поля, коэффициент теплопроводности равен молекулярному

$$\lambda_{\uparrow} = \lambda_m = \lambda_f + \lambda_p \frac{2(a+b)\lambda_f a}{\lambda_f a + \lambda_p b}. \quad (20)$$

Неподвижная ЭРЖ во вращающемся однородном электрическом поле термически однородна и изотропна, то есть ее коэффициент теплопроводности в каждом элементе объема  $dV(\vec{r})$  одинаков во всех направлениях, перпендикулярных оси вращения  $\vec{E}$ .

Полный поток тепла

$$\begin{aligned} \vec{j}_q = \vec{j}_{qx} + \vec{j}_{qy} + \vec{j}_{qz} = \vec{e}_x (\lambda_{xx} \nabla_x T + \lambda_{xy} \nabla_y T + \lambda_{xz} \nabla_z T) + \\ \vec{e}_y (\lambda_{yx} \nabla_x T + \lambda_{yy} \nabla_y T + \lambda_{yz} \nabla_z T) + \vec{e}_z (\lambda_{zx} \nabla_x T + \lambda_{zy} \nabla_y T + \lambda_{zz} \nabla_z T) \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\lambda_{xx} = \lambda_{\perp}$ ,  $\lambda_{xy} = \lambda_{xz} = \lambda_{yx} = \lambda_{zx} = \lambda_{zy} = 0$ ,  $\lambda_{yy} = \lambda_{\perp}$ ,  $\lambda_{zz} = \lambda_{\uparrow}$ .

Таким образом, тензор теплопроводности будет иметь следующий вид

$$\lambda_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \lambda_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\uparrow} \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Подстановка его в уравнение закона сохранения энергии

$$\rho C_V \frac{\partial T}{\partial t} - \operatorname{div}(\vec{j}_q) = f, \quad j_q = \sum_{\alpha=1}^3 (\vec{e}_\alpha \lambda_{\alpha\beta} \nabla_\beta T) \quad (23)$$

дает уравнение теплопроводности

$$\rho C_V \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_{\perp} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \lambda_{\parallel} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = f, \quad (24)$$

где  $f$  – плотность внутренних источников тепла.

Представленная математическая модель вращения отдельной частицы электрореологической жидкости во вращающемся электрическом поле дает возможность описать микроконвективный механизм теплопереноса в электрореологической жидкости во внешнем переменном электрическом поле, который учитывает появление микровихрей, переносящих энергию и массу за счет вращений частиц дисперсной фазы. Реализация такого моделирования показала, что наличие внутренних вращений существенно увеличивает теплообмен в электрореологической жидкости, что может быть использовано для создания теплообменников, управляемых внешним электрическим полем.

### Литература

1. Баштовой, В.Г. Явление микроконвективного теплопереноса в жидкостях с внутренним вращением / В.Г. Баштовой, А.Н. Вислович, Б.Э. Кашевский // ПМТФ. – 1978. – № 3. – С. 88–93.
2. Кашевский, Б.Э. Теплоперенос внутренним вращением в магнитных жидкостях / Б.Э. Кашевский, Н.И. Иванова // Магнитная гидродинамика. – 1985. – № 3. – С. 48–52.
3. Шаталов, А.Ф. Электроконвективные потоки диэлектрических жидкостей, охлаждающих тонкий нагреватель / А.Ф. Шаталов, А.А. Попов, В.М. Кожевников // Вестник СевКавГТУ. – 1998. – Вып. 3. – С. 68–70.
4. Иванова, Н.И. Разработка методов исследования процессов переноса тепла и импульса в намагничивающихся жидкостях с внутренними вращениями: автореф. ... дис. канд. физ.-мат. наук: 01.04.14 / Н.И. Иванова; ИТМО им. А.В. Лыкова АН БССР. – Минск, 1986. – 22 с.
5. Цеберс, А.О. Некоторые особенности явлений переноса в суспензиях с внутренними вращениями / А.О. Цеберс // Прикладная математика и механика. – 1978. – Т. 42. – С. 673–678.
6. Turcu, I. Electric field induced rotation of spheres / I. Turcu // J. Phys. A: Math. Gen. – 1987. – Vol. 20, No. 11. – P. 3301.
7. Rowea, A.D. Rapid rotation of micron and submicron dielectric particles measured using optical tweezers / Rowea, A.D. [et al.] // Journal of Modern Optics. – 2003. – Vol. 50, No. 10. – P. 137.
8. Dolinsky, Y. Electrorotation of a leaky dielectric spheroid immersed in a viscous fluid / Y. Dolinsky, T. Elperin // Phys. Rev. E: Stat. Nonlin. Soft. Matter Phys. – 2009. – Vol. 80, No. 6. – P. 066607(1–13).
9. Holzapfel, C. Rotation of cells in an alternating electric field: theory and experimental proof / C. Holzapfel, J. Vienken, U. Zimmermann // J. Membr. Biol. – 1982. – Vol. 67, No. 1. – P. 13–26.
10. Dolinsky, Y. Stability of particle rotation in a rotating electric field / Y. Dolinsky, T. Elperin // Phys Rev E: Stat Nonlin Soft Matter Phys. – 2009. – Vol. 79, No. 2. – P. 026611 (1–7).

11. Шульман З.П., Носов В.М. Вращение непроводящих тел в электрореологических суспензиях / З.П. Шульман, В.М. Носов; под ред. О.Г.Мартыненко. – Мн.: Наука и техника, 1985. – 112 с.
12. Dielectric Motor // US Patent 5726509
13. Otsubo, Y. Dielectric fluid motors / Y. Otsubo, K. Edamura // Appl. Phys. Lett. – 1997. – Vol. 71. – P. 318–321.
14. Dolinsky, Rotation of the leaky dielectric particle in a rotating electric field / Y. Dolinsky, T. Elperin // Physical Review E. – 2007. – Vol. 75. – P. 066611.1–7.
15. Fuchimoto, R. Study on liquid crystal pump / R. Fuchimoto, T. Tsukiji // 10<sup>th</sup> International Conference on Fluid Control, Measurements, and Visualization. Aug. 17–21, 2009. Moscow, Russia.
16. Cheng, L. Study on motors using liquid crystal flow induced by electric field / L. Cheng [et al.] // Proceedings of the 7<sup>th</sup> JFPS International Symposium on Fluid Power, TOYAMA 2008. Sept. 15–18, 2008. – P. 833–836.
17. Fugr, G. Separation of Different Cell Types by Rotating Electric Fields / G. Fugr, R. Hagedorn, H. Göring // Plant and Cell Physiology. – 1985. – Vol. 26, No. 8. – P. 1527–1531.
18. Нигматуллин, Р.И. Основы механики гетерогенных сред / Р.И. Нигматуллин, – М. Наука, 1978.