УДК 532.:536.2

ОБ ОСНОВАХ МОЛЕКУЛЯРНО-РАДИАЦИОННОЙ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА И ПЕРСПЕКТИВНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ ЕЕ РАЗВИТИЯ

Н.И. Никитенко

Институт технической теплофизики НАН Украины, г. Киев, Украина

Молекулярно-радиационная теория явлений переноса, в отличие от известной феноменологической теории, позволяет получить как уравнения переноса, так и выражения для параметров переноса в функции температуры и свойств частиц тела. Она базирующейся на концепции [1] переноса энергии материальными носителями, непрерывно испускаемыми и поглощаемыми частицами вещества. Концепция Никитенко находится в соответствии с тем фактом, что все макроскопические тела непрерывно испускают и поглощают материальные носители, в частности фотоны. При этом однородные тела сферической формы, имеющие постоянную температуру, испускают носители с равной вероятностью во всех направлениях.

Функциональная зависимость между энергией $q_\gamma(t)$, испускаемой частицей γ за единицу времени, и удельным потоком энергии носителей $J_\gamma(\eta,t)$, который частица создает в момент времени t через сферическую поверхность радиуса η, определяется структурой тела и видом носителей. С учетом конечной скорости распространения носителей и уменьшения потока $J_\gamma(\eta,t)$ при возрастании η вследствие радиального расхождения носителей и их поглощения другими частицами тела, получена [1] зависимость $J(\eta,t) = f(q,t)$, которая для однородного аморфного тела имеет вид:

$$J(\eta,t) = q\left(t - \frac{\eta}{w}\right)\Phi(\eta)\,,\ \Phi(\eta) = \exp(-n\sigma\eta)/(4\pi\eta^2)\,, \tag{1}$$

где σ – эффективное сечение поглощения частицей носителей; w – скорость носителей.

Для установления зависимости потока q от энергии частицы E, рассматривается однородная аморфная пластина $(0 \le x \le X)$ в стационарном неравновесном состоянии, в которой перенос энергии осуществляется одним видом носителей. Согласно экспериментальным данным для аморфных тел отношение теплопроводности λ к удельной теплоемкости не зависит от температуры T. Поэтому можно считать, что для таких тел температуропроводность $a = const$. Тогда из условия $J = -\lambda\partial T/\partial x = -a_T\partial E/\partial x = const$ для рассматриваемой пластины следует, что $\partial E/\partial x = const$. Как показано в [1], из уравнения баланса энергии для частицы, расположенной в слое x, вытекает условие $q(x+\eta) + q(x-\eta) - 2q(x) = 0$. Это означает, что $\partial q/\partial x = const$. Из полученных линейных зависимостей E и q от координаты x вытекает следующий линейный закон испускания энергии частицами [1]:

$$q = \varepsilon(E - E_0)\,, \quad \varepsilon = const\,, \tag{2}$$

где E_0 – энергия частицы на нулевом энергетическом уровне.

На базе (1) и (2) полечено интегро-дифференциальное уравнения переноса энергии

$$\partial E(\mathbf{r},t)/\partial t = \int_V \left[E(\mathbf{r}+\boldsymbol{\eta}, t - \eta/w) - E(\mathbf{r}.t)\right] N dV\,, \qquad N = \varepsilon n\sigma\Phi(\eta)\,. \tag{3}$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор данной точки; $\boldsymbol{\eta}$ – радиус-вектор, соединяющий данную точку с произвольной точкой тела. Если $(\eta/w)^2 << 1$, то (3) переходит в гиперболическое уравнение, используемое для описания высокоинтенсивных процессов переноса, а при $\eta / w << 1$ уравнение (3) переходит в уравнение теплопроводности Фурье.

Если носителями энергии являются фотоны $h\nu$, и энергия частиц, находящихся по частоте ν на i - том энергетическом уровне, равна $E_{i\nu} = i\ h\nu$, тогда из закона Никитенко (2) вытекает следующий закон интенсивности спектрального излучения частиц:

Частицы единичного объема тела, находящиеся на i - том энергетическом уровне по частоте ν, излучают за единицу времени квантами $h\nu$ энергию $q_{i\nu}$, величина которой пропорциональна энергетическому уровню i, энергии кванта $h\nu$ и плотности находящихся на этом уровне частиц $n_{i\nu}$, т.е.

$$q_{i\nu} = \varepsilon_\nu n_{i\nu} ih\nu, \tag{4}$$

где ε_ν – коэффициент излучения, не зависящий от энергетического уровня. Частицы в момент излучения переходят на нулевой энергетический уровень $i = 0$. Отношение коэффициента излучения $\varepsilon_{\beta\nu}$ к эффективному сечению поглощения не зависит от вида частиц β и является функцией частоты излучения. Из закона Никитенко (4) вытекает [1,2] формула Планка для спектрального излучения черного макроскопического тела.

Если в единичном объеме тела содержится $n_{\beta i\nu}$ частиц компонента β, каждая из которых имеет энергию $E_{i\nu} = ih\nu$, то согласно закону излучения (4) число частиц $\dot{n}_{\beta i\nu}$, покидающих уровень i за единицу времени вследствие перехода на нулевой уровень, составит

$$\dot{n}_{\beta i\nu} = q_{\beta i\nu} / ih\nu = \varepsilon_{\beta\nu} n_{\beta i\nu}, \qquad i = 1,2,..., I_{\beta\nu}. \tag{5}$$

Здесь $I_{\beta\nu}$ - порядковый номер верхнего уровня энергии, на котором может находиться частица компонента β. Если плотность фотонов $h\nu$ в рассматриваемой системе есть χ_ν, то число частиц, которые вследствие поглощения фотонов $h\nu$ переходят с уровня i на i+1 в единичном объеме за единицу времени составит [1] $\dot{n}'_{\beta i\nu} = n_{\beta i\nu}\sigma_{\beta\nu} c\chi_\nu$. Кинетическое уравнение для функции распределения частиц компонента β, находящихся по частоте ν на энергетическом уровне i, имеет вид $dn_{\beta i\nu} / dt = \dot{n}'_{\beta i-1,\nu} - \dot{n}'_{\beta i\nu} - \dot{n}_{\beta i\nu}$, $i = 1,2,..., I_{\beta\nu} - 1$. На его основе получена функция распределения частиц по энергиям в активационных процессах [3]:

$$W_{\beta i\nu} = \left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right]\left[1 - \exp\left(-\frac{(I_{\beta\nu}+1)h\nu}{kT}\right)\right]^{-1} \exp\left(-\frac{E_{i\nu}}{kT}\right), \quad E_{i\nu} = ih\nu, \ i = 0,1,..., I_{\beta\nu}, \tag{6}$$

Предельный уровень энергии $I_{\beta\nu}$, на котором может находиться частица в активационных процессах, определяется из условия $I_{\beta\nu} h\nu < A_\beta \le (I_{\beta\nu} + 1)h\nu$, где A_β – энергия активации для β-го компонента системы. При $I_{\beta\nu} \to \infty$ функция распределения Никитенко (6) переходит в закон распределения Максвелла-Больцмана. С помощью кинетического уравнения найдены также функции распределения: при конечном числе частиц в системе; для систем с изменяющимся числом частиц; при тепловом насыщении и инверсной заселенности.

На основе (5) и (6) получена формула для массы частиц компонента β из единичного объема, достигающих в единицу времени энергии активации [2] :

$$G_\beta = \varepsilon_\beta \rho_\beta \left[\exp(A_\beta / kT) - 1\right]^{-1}. \tag{7}$$

и формула для коэффициента диффузии в конденсированных средах [2]

$$D_\beta = \frac{1}{3} a_\beta^2 \varepsilon_\beta \left[\exp\left(\frac{A_\beta}{kT} \right) - 1 \right]^{-1}, \qquad (8)$$

При $A_\beta / RT >> 1$ формула Никитенко (8) переходит в эмпирическую формулу Аррениуса для твердых тел, а при $A_\beta/RT << 1$ – в формулу Эйнштейна для жидких сред.

С помощью (7) также получены формулы [4]**:** для интенсивности испарения

$$G_u = \varepsilon \rho_{ж} \delta^* \frac{\bar{\delta}}{2} \left(1 - \frac{\bar{\delta}}{2} \right) \left[\exp\left(\frac{A}{kT} \right) - 1 \right]^{-1}, \qquad 0 < \bar{\delta} \le 1, \qquad (9)$$

где $\bar{\delta}$ - относительная толщина слоя конденсированного тела, $\bar{\delta} = \delta / \delta^*$ при $0 < \delta < \delta^*$ и $\bar{\delta} = 1$ при $\delta > \delta^*$; δ^* – средняя длина диффузионного перескока;

для равновесной толщины конденсированного слоя на твердой поверхности

$$\delta = \delta^* \bar{\delta} = \delta^* (1 - \sqrt{1 - P_п / P_н}) = \delta^* (1 - \sqrt{1 - \varphi}), \qquad (10)$$

где φ – влажность пара, $P_п$ –давление пара ; для давления насыщенного пара $P_н$:

$$P_н = N \rho_{ж,н} \sqrt{T} / \left[\exp(A / kT) - 1 \right], \; N = \delta^* \varepsilon \sqrt{2\pi k / m} / (4 f_к), \qquad (11)$$

$f_к$ - коэффициент конденсации; ε – осредненный коэффициент излучения частиц.

При помощи (10) и (11) получены формулы: для теплоты испарения; для результирующего потока массы при совместных процессах испарения жидкости и конденсации пара [4],

формула для равновесного парциального давления компонентов паровой фазы, из которой следуют эмпирические законы Рауля и Генри [5]. На основе закона излучения (4) построен потенциал межатомного взаимодействия, являющийся функцией энергии частиц, и уравнение состояния конденсированных тел, из которого следуют законы Гука, термического расширения и Грюнейзена [6]. Рассмотрены также процессы, которые связаны с поглощением и излучением фотонов свободными частицами вещества [1]. С использованием соотношений (4), (6), (7) получены выражения [7] для фотонной, диффузионной, а также электронной теплопроводности с учетом зависимости плотности свободных электронов от температуры.

В последнее время на основе законов сохранения, закона излучения (4) и отдельных опытных данных и положений классической физики, проведено исследование некоторых явлений, считавшимися такими, которые нельзя объяснить с позиций классической физики.

Для нахождения изменения частоты световых волн или фотонов, воспринимаемых наблюдателем от движущегося со скоростью w источника, используется формула

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - w^2 / c^2} \Big/ \left(1 - w \cos(w, \nu) / c \right). \qquad (12)$$

Она получена в результате добавления в формуле Доплера для акустических волн множителя $\sqrt{1 - w^2 / c^2}$ в связи с использованием в теории относительности Эйнштейна преобразования Лоренца. При $w^2 / c^2 << 1$ и $\cos(w, \nu) = 1$ формула для ν принимает вид $\nu = \nu_0 c / (c - w) = \nu_0 c / w_r$, где $w_r = c - w$ – скорость движения световой волны относительно источника волн в координатах наблюдателя, которая может быть и меньше (при $w > 0$) и больше (при $w < 0$) скорости света c. Однако из формул сложения скоростей [8], полученных в теории относительности Эйнштейна с помощью преобразований Лоренца, следует, что скорость одного тела по отношению к другому телу не может превышать скорости света.

Такое противоречие может быть обусловлено некорректностью использования либо формулы (12), либо преобразования Лоренца. Для выяснения причины указанного противоречия проведено решение задачи Доплера для изменения частоты фотонов, источником которых является возбужденный атом, с использованием уравнений сохранения, формулы для инертной массы и закона излучения (4). В результате получена следующая формула

$$\nu = \nu_0[(m+m_0)/(2m)\sqrt{1-w^2/c^2}\Big/\left(1-w\cos(w,\nu)/c\right), \tag{13}$$

где m_0 и m массы покоя атома в координатах источника в основном и возбужденном состоянии. При $m-m_0 << m$ формула (13) переходит в (12), что свидетельствует об адекватности формул (12) и (13), а также о том, что использование преобразований Лоренца не является правомерным и теория относительности Эйнштейна нуждается в коррекции.

В связи с этим предлагается динамическая теория относительности. Она позволяет достаточно наглядно объяснить процессы переноса массы, энергии и импульса во всех инерциальных системах в условиях воздействия гравитационных и электромагнитных сил. Считается, что преобразования координат и инварианты преобразований аналогичны принятым Галилеем. Зависимость инертной массы тела M от массы покоя m и скорости w определяется выражением $M = m/\sqrt{1-w^2/c^2}$. Электромагнитный эфир полностью неподвижен. Фотоны распространяются в эфире с постоянной скоростью, равной скорости света в вакууме. Энергия фотонов в координатах, связанных с эфиром кратна постоянной Планка h. Зависимость инертной массы поля электрического заряда связана с массой поля заряда в состоянии покоя сохраняется такой же, как и для массы частиц вещества. При этих условиях получена известная формула зависимости энергии тела E от его массы, $E = Mc^2$.

Для точечного заряда, равномерно движущегося с умеренной скоростью w, векторы напряженности электрического поля $\mathbf{E} = \mathbf{r}q/(4\pi\varepsilon_0 r^3)$, вектор магнитной индукции $\mathbf{B} = \mathbf{w}\times\mathbf{E}/c^2$ и плотность импульса электромагнитного поля $p = \varepsilon_0 wE^2\sin(\theta)/c^2$, где q – электрический заряд, угол $\theta = (\mathbf{w},\mathbf{E})$. Полный импульс [8] поля заряда радиуса a равен

$$\mathbf{p} = \int\limits_{r=a}^{\infty}\int\limits_{\theta=0}^{2\pi}\frac{\varepsilon_0\mathbf{w}}{c^2}E^2\sin^2(\theta)2\pi r^2\sin(\theta)d\theta dr = \frac{2}{3}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathbf{w}}{ac^2}. \tag{14}$$

В (14) коэффициент пропорциональности $m_e = K_p q^2$, $K_p = (6\pi\varepsilon_0 ac^2)^{-1}$, между импульсом $\mathbf{p}$ и скоростью $\mathbf{w}$ называется электромагнитной массой. При больших значениях $\mathbf{w}$ инертная электромагнитная масса приобретает значение $M_e = m_e\sqrt{1-w^2/c^2}$. Величина движущегося заряда $\tilde{q}$, который будем называть инертным зарядом, определяется по условию $M_e = K_p\tilde{q}^2$. После подстановки в это условие выражений для M_e и $K_p = m_e/q^2$, приходим к следующей формуле для инертного заряда:

$$\tilde{q} = \frac{q}{\sqrt[4]{1-w^2/c^2}} \tag{15}$$

В соответствии с законом (15) формулы преобразований характеристик электрических и магнитных полей при переходе от неподвижной системы координат к подвижной инерциальной системе имеют следующий вид:

$$\tilde{\rho}_e = \rho_e/\sqrt[4]{1-w^2/c^2}, \quad \tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{E}/\sqrt[4]{1-w^2/c^2}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{B}/\sqrt[4]{1-w^2/c^2},$$

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}/\sqrt[4]{1-w^2/c^2}, \quad \tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{D}/\sqrt[4]{1-w^2/c^2}, \quad \tilde{\mathbf{F}}_e = \mathbf{F}_e/\sqrt{1-w^2/c^2},$$

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{S}/\sqrt{1-w^2/c^2}, \quad \tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{p}/\sqrt{1-w^2/c^2}, \tag{16}$$

где $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$ – векторы электрической индукции и напряженности магнитного поля.

В соответствии с (16) эта энергия в системе координат, движущейся со скоростью w, обратно пропорциональна величине $\sqrt{1-w^2/c^2}$, т.е. изменяется так же, как общая энергия тела. Согласно преобразованиям Лоренца для электромагнитного поля, значения компонентов векторов $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$ электрического и магнитного полей при переходе от неподвижной системе координат к подвижной [8] изменяются обратно пропорциональна величине $\sqrt{1-w^2/c^2}$, а плотность энергии электромагнитного поля – пропорционально величине $1-w^2/c^2$. Этот результат не согласуется с формулой для общей энергии тела, что еще раз подтверждает некорректность использования преобразования Лоренца для описания относительного движения инерциальных систем.

Для расчета дифракционной картины электронов, возникающей при падении пучка электронов на атомную дифракционную решетку, в соответствии с гипотезой де Бройля, вместо взаимодействия электронов с дифракционной решеткой рассматривается взаимодействие фотонов, импульс которых равен импульсу электрона. При этом не учитывается различие массы, энергии и скорости движения электрона и фотона, а также то, что при столкновении электронов с атомами возникают рентгеновские лучи.

Для объяснения дифракционных картин фотонов и электронов, вначале рассмотрена задача столкновения электрона с неподвижным атомом. Источником электронов обычно служит электронная пушка. Вылетающие из нити электроны ускоряются разностью электрических потенциалов V_e. Из законов сохранения следует, что масса m_e, энергия E_e, скорость w_e и импульс p_e электронов, вылетающих из пушки, равны:

$$m_e = m_{e0} + eV_e/c^2, \quad E_e = m_e c^2, \quad \mathbf{p}_e = eV_e/c = m_e \mathbf{w}_e, \quad w_e = eV_e/(cm_e). \tag{17}$$

Показано, что торможение электрона приводит к возбуждению электрона. Согласно закону излучения (4) возбужденный электрон излучает фотон и переходит на нулевой энергетический уровень в координатах, связанных с электроном. Максимальные значения энергии $h\nu$ и импульса $\mathbf{p}_f$ фотона, излучаемого электроном при прямом столкновении с атомом, равны:

$$h\nu = eV_e, \qquad \mathbf{p}_f = h\boldsymbol{\nu}/c = \mathbf{p}_e, \tag{18}$$

На базе уравнений сохранения при излучении фотона получены следующие формулы для скорости w'_e, импульса p'_e и энергии E'_e и массы m'_e электрона отдачи,

$$w'_e = c\sqrt{1-(m_{e0}/m'_e)^2}, \qquad p'_e = m'_e\, w'_e = c\sqrt{m'^2_e - m^2_{e0}}, \quad E'_e = m'_e c^2,$$

$$m'_e = m_{e0}\,\frac{1+V_{eo}(1+V_{eo})[1-\cos(\mathbf{p}_e,\mathbf{p}'_f)]}{1+V_{eo}[1-\cos(\mathbf{p}_e,\mathbf{p}'_f)]}, \tag{19}$$

и для импульса p'_f, энергии $E'_f = h\nu'$ и инертной массы m'_f излучаемого электроном фотона

$$p'_f = \frac{h\nu'}{c} = \frac{eV_e}{c\{1+V_{eo}[1-\cos(\mathbf{p}_e,\mathbf{p}'_f)]\}}, \quad E'_f = h\nu', \; m'_f = h\nu'/c^2. \tag{20}$$

Принимая во внимание, что при взаимодействии быстрого электрона с атомом, согласно (18), $h\nu = eV_e$, формулу (20) можно записать в виде

$$\nu' = \nu/\{1+E_V[1-\cos(\mathbf{p}_e,\mathbf{p}'_f)]\}, \tag{21}$$

где $E_V = h\nu/(m_{e0}c^2) = V_{eo}$. Соотношение (21) совпадает с формулой Комптона, подтвержденной многочисленными экспериментальными данными [8], для изменения частоты фотона $h\nu$ при его взаимодействии со свободным электроном. Из соотношений (20) и (21) следует, что электрон, имеющий после столкновения с атомом энергию

$E_e = m_{e0}c^2 + eV_e$, ведет себя так же [8], как первоначально неподвижный электрон после поглощения фотона с энергией $h\nu = eV_e$.

Углы $(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}'_f)$, $(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}'_e)$ и $(\mathbf{p}'_f, \mathbf{p}'_e)$ между векторами $\mathbf{p}_e$, $\mathbf{p}'_f$ и $\mathbf{p}'_e$ находятся с применением теоремы синусов для косоугольного треугольника. Если величина $\mathbf{p}_e = eV_e$ и угол $(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}'_f)$ считаются заданными, то углы $(\mathbf{p}'_f, \mathbf{p}'_e)$ и $(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}'_e)$ находятся по уравнениям

$$\sin(\mathbf{p}'_f, \mathbf{p}'_e) = \mathbf{p}_e \sin(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}'_f) / \mathbf{p}'_e, \qquad \sin(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}'_e) = \mathbf{p}'_f \sin(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}'_f) / \mathbf{p}'_e. \qquad (22)$$

Таким образом в рассматриваемом процессе каждому фотону, испускаемому под углом $(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}'_f)$, отвечает строго определенный электрон отдачи, движущийся под углом $(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}'_e)$. Это позволяет рассчитать дифракционную картину электронов, если известна картина для фотонов.

По разработанной программе для ЭВМ получены данные об относительных плотностях потоков электронов и фотонов в зависимости от ускоряющего напряжения при фиксированном положении пучка электронов, коллектора и дифракционной решетки. Рассмотрен случай, когда пучок электронов падает под некоторым углом ϑ_e на цепочку из N неподвижных атомов, расположенных на одинаковом расстоянии один от другого на прямой линии ς. В период столкновения электрона с атомом вначале происходит изменение направления импульса электрона, которое определяется прицельным расстоянием между электроном и атомом. Затем электрон, обладающий импульсом $\mathbf{p}_e$, излучает фотон $h\mathbf{v}'$ и приобретает новое значение импульса $\mathbf{p}'_e$. Направление излучаемого электроном фотона $h\mathbf{v}'$ относительно вектора $\mathbf{p}_e$ при взаимодействии пучка электронов с дифракционной решеткой не является равновероятным, поскольку между лучами фотонов $h\nu'$, которые возникают вследствие столкновения электронов с различными атомами цепочки, имеется строго определенная разность хода. Это обстоятельство приводит к явлению дифракции когерентных лучей, обладающих разными фазами. Поскольку фотоны испускаются электронами и характеристики фотонов и электронов связаны уравнениями сохранения субстанции, то электроны отдачи также образуют дифракционную картину. Расчет дифракционной картины фотонов проводится в соответствии с методикой, изложенной в [9] для цепочки осцилляторов. Далее на базе соотношений (17)-(22) проводится расчет дифракционной картины электронов. Построенные дифракционные картины электронов и фотонов согласуются с опытными данными.

Известны методы расчета дифракции света на многомерных структурах [8], в частности при произвольном направлении электромагнитной волны относительно плоской ортогональной решетки и трехмерной кристаллической решетки. Если получено решение задачи дифракции электромагнитных волн, возникающих при падении пучка электронов на многомерную структуру, тогда с использованием алгоритма расчета дифракционной картины электронов на цепочке атомов можно определить такую картину для многомерных решеток.

Литература

1. Никитенко Н. И. Теория тепломассопереноса. Киев: Наук. Думка, 1983.

2. Никитенко Н. И. О взаимосвязи между радиационными характеристиками частиц тела и поля теплового излучения // Доповіді НАН України. 2004. № 10. С. 100-108

3. Никитенко Н. И. Проблемы радиационной теории тепло - и массопереноса в твердых и жидких средах // ИФЖ. 2000. Т. 73, № 4. С. 851–860.

4. Никитенко Н. И. Исследование динамики испарения конденсированных тел на основе закона интенсивности спектрального излучения частиц // ИФЖ. 2002. Т. 75, № 3. С. 128-134.

5. Никитенко Н. И., Снежкин Ю. Ф., Сороковая Н. Н. Развитие теории и методов расчета тепломассопереноса при сушке пористого тела с многокомпонентной паровой и жидкой фазами // ИФЖ . 2008.Т. 81, № 6. С. 1111–1124.

6. Никитенко Н. И. Температурная зависимость межатомного потенциала и уравнение состояния конденсированных тел//Журн. физ. химии. 1978.— 52, № 4.— С. 866—870.

7. Никитенко Н. И. Исследование механизмов теплопроводности в диэлектриках и металлах на базе молекулярно-радиационной теории переноса // ИФЖ . 2010, Т. 83, № 2 . С. 284-294.

8. Яворский Б. М., Детлаф А.А. Справочник по физике, Наука, Москва 1974), 943 с.

9. Фейнман Р., Лейтон Р., Сендс М. Феймановские лекции по физике . Москва: МИР, 1997, Т. 3,4.– 496 с.