

УДК 532.68

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ КАПИЛЛЯРНОЙ КОНВЕКЦИИ

Б.А. Безуглый, С.В. Семенов

Лаборатория «Жидкостные микрогравитационные технологии»
Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия

Введение

Одно из направлений лаборатории «Жидкостные микрогравитационные технологии» – численное моделирование и исследование процесса теплового воздействия лазерного излучения на систему: «газ – тонкий слой жидкости – твёрдая подложка». На фоне взаимодействия лазерного излучения с веществом можно наблюдать огромный ряд явлений. Наше исследование включает лишь малую часть этих явлений, а именно явления, связанные с изменением поверхностного натяжения жидкостей вследствие теплового действия лазерного излучения.

Объект исследования

Исследуемая система представляет собой твёрдую подложку с горизонтальной верхней поверхностью, покрытой тонким слоем жидкости (толщиной менее 1 мм). Вследствие поглощения лазерного излучения индуцирующего лазера либо в жидкости, либо в подложке оно оказывает квазиточечное тепловое воздействие на систему, изменяя поверхностное натяжение жидкости, тем самым, вызывая капиллярные течения в её слое и деформацию свободной поверхности. В деформации поверхности

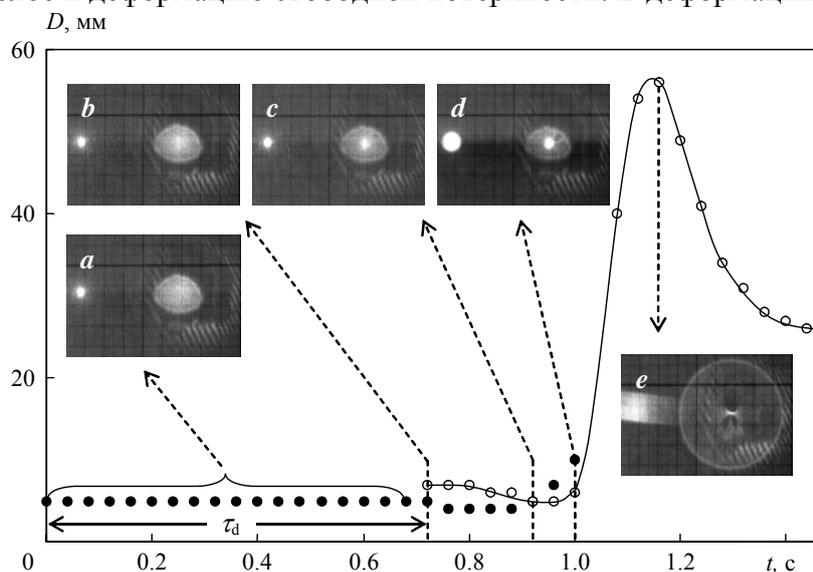


Рис. 1. Эволюция термокапиллярного отклика слоя бутанола (начальная толщина слоя = 810 мкм, мощность индуцирующего лазера = 20.9 мВт). На снимках изображен индуцирующий ● (слева) и пробный ○ (справа) пучок. (a) отклик, (b) начало деформации, $t = \tau_d$, (c) фокусировка пробного пучка, (d) начало перефокусировки, (e) всплеск [1].

заклучен комплекс зашифрованной информации о параметрах исследуемых тел, таких как теплопроводность, теплоёмкость, температуропроводность жидкости и материала подложки, вязкость и начальная толщина слоя жидкости, коэффициент поглощения излучения. Для извлечения этой информации на поверхность жидкости направляется широкий лазерный пучок (считывающий или пробный), тепловым действием которого

можно пренебречь. Отражаясь от свободной поверхности жидкости, этот пучок формирует на экране интерференционную картину ограниченного диаметра – термокапиллярный отклик. Именно диаметр термокапиллярного (ТК) отклика является первичной информацией для исследователя, которую необходимо расшифровать, что и является конечной целью данной работы.

Эксперимент

Получены экспериментальные характеристики различных этапов эволюции термокапиллярной конвекции. Например, зависимость диаметра ТК отклика (полученного пробным пучком) от времени (рис. 1) [1], поле скоростей течения жидкости в слое толщиной менее 1 мм (рис. 2) [2].

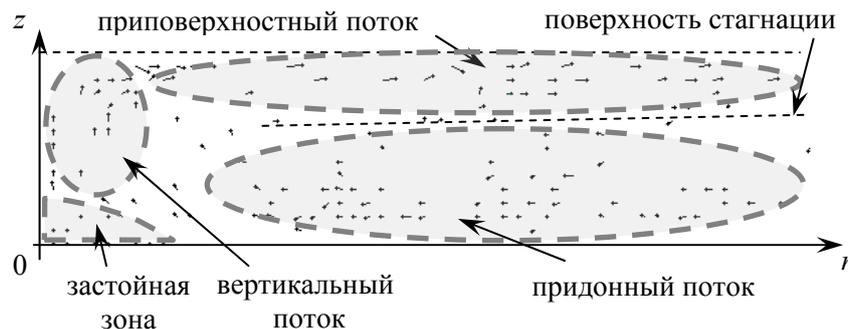


Рис. 2 Восстановленное поле скоростей в слое жидкости ПМС-5 толщиной 530 мкм. Температура нагревателя 1.5 К.

Дано качественное объяснение причин протекания динамических процессов тем или иным путём. Например, всплеск диаметра ТК отклика можно объяснить резкой интенсификацией скорости течений в слое жидкости, что в свою очередь является следствием лавинообразного выброса запасённой в системе тепловой энергии. Однако количественное описание совместного влияния различных параметров задачи (их около 20) на эти процессы пока отсутствует.

Цель исследования

Актуальной задачей является численное моделирование и исследование процесса эволюции ТК конвекции для выявления закономерностей и взаимосвязей параметров исследуемой системы с количественными характеристиками различных этапов целого процесса.

Механизм явления

При тепловом воздействии лазерного излучения на слой жидкости толщиной менее 1 мм основную роль в развитии конвекции играют капиллярные силы, и механизм процесса выглядит следующим образом. Нагрев поверхности жидкости в точке поглощения излучения индуцирующего лазера приводит к уменьшению её поверхностного натяжения. Это порождает градиент поверхностного натяжения и, как следствие, касательные к свободной поверхности напряжения, которые приводят приповерхностные слои жидкости в движение по направлению от центра нагрева на периферию. В месте нагрева образуется углубление поверхности, и под ним в слое жидкости возникает отрицательное давление Лапласа. Это давление формирует возвратный поток жидкости от периферии к центру нагрева. Так формируется тороидальный ТК вихрь, поддерживаемый тепловым действием излучения индуцирующего лазера.

Математическая модель

Установлена система основных уравнений, описывающих тепловые, динамические, диффузионные процессы и процессы испарения-конденсации. В настоящей работе ведутся исследования простейшей термогидродинамической системы: «лазерное излучение – воздух – тонкий слой однокомпонентной неиспаряющейся жидкости – твёрдая подложка»:

1) уравнение неразрывности сплошной среды:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

или

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho dV = \iint_{\partial V} [-\rho(\mathbf{u} - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_A] dA, \quad (1a)$$

где \mathbf{u} – вектор скорости, ρ – плотность сплошной среды, \mathbf{w} – скорость поверхности контрольного объёма V , \mathbf{n}_A – внешняя нормаль к поверхности контрольного объёма;

2) уравнения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости:

$$\rho(\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) - \mu \Delta \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{f} \quad (2)$$

или

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho \mathbf{u} dV = \iint_{\partial V} (-\rho \mathbf{u}(\mathbf{u} - \mathbf{w}) + \mathbf{T}) \cdot \mathbf{n}_A dA + \iiint_V \rho \mathbf{g} dV, \quad (2a)$$

где μ – вязкость сплошной среды, p – давление, \mathbf{f} – вектор объемных внешних сил, \mathbf{g} – гравитационное ускорение, \mathbf{T} – тензор полных напряжений;

3) тепловое уравнение:

$$\rho c_p (\partial_t T + \mathbf{u} \cdot \nabla T) - \lambda \Delta T = \boldsymbol{\tau} : (\nabla \mathbf{u}) + R \quad (3)$$

или

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho c_p T dV = \iint_{\partial V} (-\rho c_p T(\mathbf{u} - \mathbf{w}) + \lambda \nabla T) \cdot \mathbf{n}_A dA + \iiint_V (\boldsymbol{\tau} : (\nabla \mathbf{u}) + R) dV, \quad (3a)$$

где T – температура среды, c_p – удельная теплоёмкость при постоянном давлении, λ – теплопроводность, $\boldsymbol{\tau}$ – тензор вязких напряжений, $R = a \cdot I(r, z)$ – объёмная плотность мощности теплового источника, a – коэффициент поглощения лазерного излучения средой, $I(r, z)$ – поле интенсивности лазерного излучения, которое определяется в расчётной области согласно закону Бугера-Ламберта-Бера.

4) граничные условия на свободной поверхности раздела фаз:

$$[\mathbf{T} \cdot \mathbf{n}]_g^l = -\sigma(\nabla_S \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + \nabla_S \sigma, \quad (4)$$

$$[\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n}]_g^l = 0 \quad (5)$$

$$[\mathbf{u}]_g^l = 0 \quad (6)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости, \mathbf{n} – вектор нормали к поверхности раздела фаз, направленный в газовую фазу, $(\nabla_S \cdot \mathbf{n})$ – дивергенция вектора нормали на поверхности раздела фаз, $\nabla_S \sigma$ – поверхностный градиент коэффициента поверхностного натяжения жидкости, $[\cdot]_g^l \equiv \cdot|_l - \cdot|_g$, индексы: l – жидкость, g – газ (квадратными скобками обозначена межфазная граница, т.е. разрыв свойства, которое обозначено точкой).

В связи с преобладанием капиллярных сил над гравитационными можно пренебречь величинами \mathbf{f} и \mathbf{g} в уравнениях (2) и (2a) соответственно. В уравнении (3) диссипативный член $\boldsymbol{\tau} : (\nabla \mathbf{u})$ также можно опустить из-за его малости.

Задача является осесимметричной, поэтому её решение проводится в цилиндрической системе координат (r, φ, z) с учётом отсутствия зависимости величин от координаты φ . На свободной поверхности раздела фаз «жидкость-газ» выполняется кинематическое условие:

$$\partial h / \partial t = u_z - u_r \cdot \partial h / \partial r, \quad (7)$$

где $h \equiv h(r, t)$ – функция высоты слоя жидкости, u_r, u_z – компоненты вектора скорости сплошной среды в цилиндрической системе координат. На оси симметрии для любой величины b выполняется граничное условие: $\partial b / \partial r = 0$, а также $u_r = 0$. Начальные условия задачи: $T|_{t=0} = T_0, \mathbf{u}|_{t=0} = 0, p|_{t=0} = p_0, \sigma|_{t=0} = \sigma_0, h|_{t=0} = h_0$. Граничные условия на бесконечности: $T|_{r=\infty} = T_0, \mathbf{u}|_{r=\infty} = 0, p|_{r=\infty} = p_0, \sigma|_{r=\infty} = \sigma_0, h|_{r=\infty} = h_0$. Условие прилипания и непротекания текучих сред на границе подложки с жидкостью: $\mathbf{u} = \mathbf{0}$.

Численные методы и алгоритм расчета

Для численного счета в геометрическом пространстве задачи используется подвижная дискретная сетка, которая движется вслед за поверхностью раздела фаз «жидкость-газ», растягиваясь, либо сжимаясь в вертикальном направлении. Для дискретизации системы определяющих уравнений был выбран метод «конечных объёмов» [3, 4], так как он может быть использован для ячеек дискретной сетки произвольной формы, т.е. в случае непрямоугольной геометрии системы.

В результате создана компьютерная модель объекта исследования на базе численного метода «конечных объёмов», численно смоделированы процессы: тепловой кондукции, конвекции в жидкости и газе, диффузии, перемещения свободной поверхности раздела фаз с помощью «surface tracking method» [5]. В программу заложены законы сохранения: массы (SIMPLE-подобный алгоритм [5]), импульса, энергии. Для дискретизации конвективных членов уравнений используется двумерный аналог схемы Лейта [6] (устранение искусственной диффузии). Для всех уравнений и величин использовалась дискретизация и интерполяция второго порядка точности по пространственным координатам и первого – по времени. Численные схемы для расчета поля температур абсолютно явные, а схемы для расчета полей давления и скоростей полунявные: явные по всем переменным, кроме давления, что является следствием применения SIMPLE-подобного алгоритма для расчета давления. Получена устойчивая и согласованная численная схема.

Вычислительный цикл организован по следующему алгоритму (схема 1). На каждом временном шаге согласно уравнению (3а) и соответствующим граничным условиям рассчитывается тепловое поле. Затем, принимая поле давления с предыдущего временного слоя, рассчитывается поле скоростей в объёме жидкой и газовой фаз, а также на поверхности их раздела (уравнения (2а), (4), (6)), после чего производится поправка полей давления и скоростей с помощью SIMPLE-подобного алгоритма, чтобы удовлетворить уравнению неразрывности (1). Далее применяется кинематическое условие (7), и определяются скорости поверхности раздела фаз «жидкость-газ» и соответствующие скорости для всех ячеек дискретной сетки. Изменение этих скоростей требует пересчета всех вычисляемых полей. Данная процедура повторяется до тех пор, пока поправки скорости и давления не сведутся к допускаемому значению погрешности, после чего происходит переход к следующему временному слою.



Схема 1. Алгоритм численного решения дискретного аналога системы определяющих уравнений.

Результаты

В процессе решения задачи создана компьютерная программа, реализующая вычислительный процесс. Важную роль в этом процессе играет SIMPLE-подобный алгоритм определения давления. Он сводится к нахождению такой поправки к полям давления и скоростей, чтобы удовлетворить уравнению неразрывности (1). Граничные условия для поправки давления на поверхности раздела фаз задавались как для свободной поверхности, т.е. $p' = 0$. Данная постановка задачи привела к следующим результатам.

На вычислительной сетке размером 40x30 максимальное расчетное время составило 0.39 с. Дальнейшие вычисления остановлены из-за присутствия явного несогласования результатов расчета с логикой моделируемого явления. Несмотря на то, что расчетное поле скоростей физично (рис. 3) и качественно совпадает с экспериментальными данными (рис. 2) [2], на поверхности раздела фаз имеет место неудовлетворение уравнению неразрывности.

Искусственно возникающие на этой поверхности источники и стоки вещества оказывают стабилизирующее влияние на свободную поверхность, препятствуя её деформации (отклонения от равновесия составляют всего десятки нанометров). Как известно, основой получения информации об объекте исследования при использовании термокапиллярной конвекции является изменение формы свободной поверхности

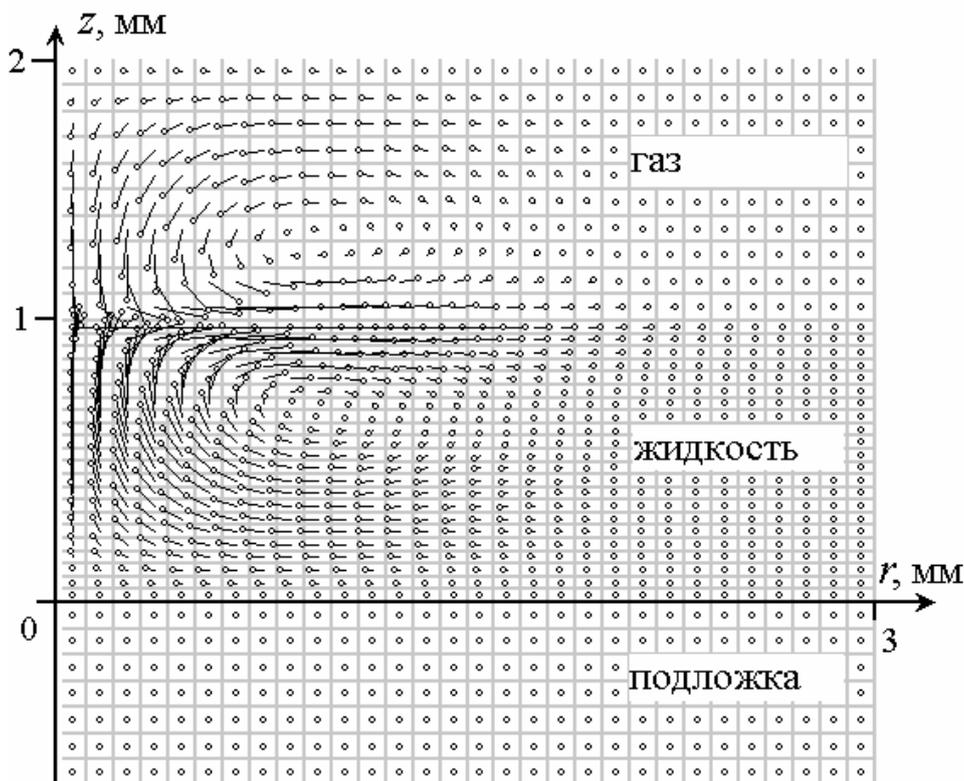


рис. 3 Расчетное поле скоростей в момент времени 0.39 с, максимальная скорость 0.44 мм/с.

жидкости, откуда следует, что практическое отсутствие деформации расчетной поверхности представляет собой нефизичное поведение модели.

Перспективы дальнейшего исследования

Алгоритм расчета положения свободной поверхности и поля скоростей вблизи неё будут подвергнуты доработке с целью удовлетворения уравнению неразрывности и получения физического результата в этой расчетной области.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНП.2.1.1.2109.

Ссылки

- [1] Чемоданов С.И. Исследование фототермокапиллярного эффекта и разработка методов лазерной диагностики жидкостей на его основе. Диссертация. ТюмГУ, Тюмень, 2006.
- [2] Флягин В.М. Гидродинамические характеристики термокапиллярного вихря в тонком слое жидкости на твердой подложке. Диссертация. ТюмГУ, Тюмень, 2006.
- [3] Samuel R. Ransau Solution Methods for Incompressible Viscous Free Surface Flows: A Litterature Review. Norwegian university of science and technology, Trondheim, Norway, 2002.
- [4] К. Флетчер Вычислительные методы в динамике жидкостей. Том 1: Основные положения и общие методы. М.: Мир, 1991.
- [5] Joel H. Ferziger, Milovan Peric Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer, Nürnberg 2002.
- [6] Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.