

Нестационарный теплообмен в скользящей электрической дуге

А. Н. Никончук¹⁾, А. Ф. Бублиевский¹⁾, Д. А. Бублиевский²⁾

¹⁾Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси, Минск, Беларусь;
afb@hmti.ac.by

²⁾Университет Кампинас, Бразилия; UNICAMP–Instituto de Física,
dmitry@ifi.unicamp.br

Предлагается модель дуги, движущейся по электродам под действием газового потока (скользящая дуга), основанная на принципе непроницаемости дугового столба, которая дает возможность определять как коэффициент нестационарного теплообмена, так и дифференциальные вольт-амперные характеристики разряда. Влияние временного фактора учитывается дополнением системы уравнений стационарной модели уравнением движения дугового столба, ускорение которого приводит к изменению условий теплообмена. Решение представлено в безразмерных комплексных переменных, что существенно облегчает масштабирование установок со скользящей дугой. Имеется косвенное согласие характеристик дуги с экспериментальными данными.

В настоящее время многие исследователи проявляют повышенный интерес к так называемым скользящим электрическим дугам [1, 2] в связи с перспективой их применения в ряде технологий. Это дуги, движущиеся под действием газового потока или магнитного поля по электродам определенной конфигурации, обеспечивающим периодический пробой газового промежутка, а также развитие и движение ионизованного канала вплоть до потери разрядом устойчивости. Дуговой разряд возникает на самом минимальном расстоянии между электродами, когда напряженность электрического поля достигает приблизительно 30 кВ/см в воздухе. Electrodes чаще всего расходящиеся, но могут иметь и достаточно протяженную параллельную часть.

Ограничимся рассмотрением дуги, подверженной действию газового потока. Дифференциальные вольт-амперные характеристики (ВАХ) такого разряда (EI -характеристики) носят неустойчивый характер, прежде всего из-за нестационарности теплообмена, обусловленной переменной разностью скоростей дугового столба и обдувающего газа. В асимптотике скорость движения дуги почти достигает скорости газового потока, если до этого момента разряд не погаснет по причине потери устойчивости.

Ниже предлагается модель дуги, скользящей по параллельным электродам, основанная на принципе непроницаемости (квазитвердости) дугового столба, позволяющая определять как коэффициент нестационарного теплообмена, так и EI -характеристики разряда. Она базируется на рассмотрении [3, 4] стационарной дуги, обдуваемой поперечным потоком газа с постоянной скоростью и удерживаемой перпендикулярным ему магнитным полем, либо дуги, движущейся с постоянной скоростью под действием одного поперечного магнитного поля. Эффект нестационарности учитывается, если модель [4] дополнить уравнением движения дугового столба, ускорение которого приводит к изменению условий теплообмена.

Предполагается, что напряженность электрического поля E в дуге постоянна и конвекция внутри столба, в силу его квазитвердости, отсутствует.

Запишем сначала нестационарное уравнение баланса энергии

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_{\Sigma} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \sigma E^2 - Q, \quad (1)$$

дополнив его законом Ома

$$I = 2\pi \int_0^{r_*} \bar{\sigma} E r dr. \quad (2)$$

В отличие от [4] здесь, кроме нестационарности, учтен лучистый теплообмен, для чего излучение разделяется на свободно выходящее из плазмы и реабсорбированное [5]. Рееабсорбированная составляющая описывается приближением лучистой теплопроводности [5].

В дальнейшем вводится так называемая функция теплопроводности $S = \int_0^T \lambda_{\Sigma} dT$, а σ и Q принимаются постоянными и равными некоторым неизменным

среднеинтегральным значениям $\bar{\sigma} = \left(\int_{S_*}^{S_{00}} \sigma dS \right) / (S_{00} - S_*)$ и $\bar{Q} = \left(\int_{S_*}^{S_{00}} Q dS \right) / (S_{00} - S_*)$. Разряд

в поперечном сечении разбивается на электропроводную с радиусом r_* и неэлектропроводную зоны. Ситуация в неэлектропроводной зоне описывается таким же образом, как в [3, 4], где использованы экспериментальные данные по теплообмену поперечно-обтекаемого цилиндра с учетом поправок для электрической дуги, в результате чего плотность теплового потока на границе дугового слоя предложено вычислять по выражению

$$\text{Nu} = A \text{Re}_{r_*}, \quad (3)$$

где $A = 0,2$.

Система уравнений дополняется уравнением движения дугового столба

$$\frac{dV}{dt} = C_x \frac{\rho_{\infty}}{\rho} \frac{1}{\pi r_*} (V_{\infty} - V_d)^2 \quad (4)$$

и зависимостями тепло- и электрофизических свойств от температуры (функции S).

В уравнении (4) ρ усредняется по S , $\bar{\rho} = \left(\int_{S_*}^{S_{00}} \rho dS \right) / (S_{00} - S_*)$.

Согласно данным [2] типичная частота цикла повторения разряда от начала его зажигания до исчезновения в устройствах со скользящей дугой постоянного тока находится в диапазоне от 10 до 100 Гц, то есть характерная длительность цикла составляет 10^{-2} – 10^{-1} с. Поскольку моделирование скользящей дуги связано с необходимостью учета или пренебрежения тех или иных нестационарных эффектов, проведем оценку их длительности, сравнивая полученные характерные времена с длительностью цикла.

Время формирования дуги определяется явлением электрического пробоя минимального расстояния между электродами, составляющего 1–2 мм.

Согласно [6] искровой пробой длинного дугового промежутка при давлениях порядка атмосферного не может быть полностью объяснен теорией лавинного пробоя (Таундсенд, 1901 г. [7]). Стримерная теория искрового разряда (Мик, Петер, 1910 г. [6]) углубила понимание механизмов пробоя, хотя и подвергается определенной критике.

Скорость движения стримера составляет $\sim 10^6$ м/с [7], время его роста в промежутке 1–2 мм будет $(1-2)\cdot 10^{-9}$ с. Электронные лавины распространяются со скоростью порядка $2\cdot 10^5$ м/с, а скорость движения ионов – $2\cdot 10^3$ м/с [6]. Так как стример движется быстрее лавины и намного быстрее ионов, можно пренебречь временем его роста по сравнению со временем, необходимым для роста лавины до размеров, при которых наступает переход лавины в стример [6]. С учетом этого вычисленное время формирования искрового разряда для промежутков 2–3 см в воздухе при атмосферном давлении в зависимости от перенапряжения (до 70 %) составляет $(1-17)\cdot 10^{-8}$ с и по порядку величины совпадает с измеренным [6]. Для промежутков 1–2 мм эта величина будет на порядок меньше. Верхняя граница экспериментально измеренного времени формирования для сходных условий составляет $5\cdot 10^{-10}$ с, нижняя – $6,5\cdot 10^{-5}$ с [6]. Таким образом, любое из указанных характерных времен намного меньше длительности цикла скользящей дуги, а наибольшее из них равно 0,65 % продолжительности цикла. Близкое время формирования дуги (менее 0,1 %) указано и в [2].

С учетом данной оценки в скользящей дуге влиянием процесса формирования разряда на его характеристики можно пренебречь.

Рассмотрим теперь ключевой вопрос о целесообразности пренебрежения, с целью упрощения задачи, нестационарным членом в уравнении энергии.

Для этого сделаем оценку характерного времени выхода разряда на стационарный режим, предполагая, что после пробоя дуга некоторое короткое время квазинеподробна и скорость потока относительно дугового столба не меняется. Ситуация реализуется в чистом виде, если дуга, подобно [8], балансируется поперечным магнитным полем.

Воспользуемся решением [9] задачи для неограниченного цилиндра с непрерывно действующим постоянным источником тепла. В отличие от [9], где в начальный момент времени цилиндр помещается в среду с температурой $T_c > T_0$, рассмотрим случай $T_c < T_0$. Вид решения не изменится, если при этом изменить вид относительной зависимой переменной. Теплообмен с окружающей средой происходит по закону Ньютона (граничное условие третьего рода). Удельная мощность источника тепла равна w .

Решение задачи может быть записано следующим образом:

$$\theta = 1 + \frac{1}{4} \text{Po} \left(1 + \frac{2}{\text{Bi}} - \frac{r^2}{R^2} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\text{Po}}{\mu_n^2} \right) A_n J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) \exp(-\mu_n^2 \text{Fo}), \quad (5)$$

где

$\theta = \frac{T(r, \tau) - T_c}{T_0 - T_c}$, $\text{Po} = \frac{wR^2}{\lambda(T_c - T_0)}$, $\text{Bi} = \frac{\alpha R}{\lambda}$, $\text{Fo} = \frac{at}{R^2}$, J_0 – функция Бесселя, μ_n – корни характеристического уравнения, r – текущий радиус, R – радиус цилиндра.

Как видно из решения, при $\mu_n^2 \text{Fo} \rightarrow \infty$ распределение температуры становится стационарным. Характерное время перехода можно оценить, приравняв $\mu_n^2 \text{Fo}$ единице. Отсюда

$$\tau = \frac{R^2}{\mu_n^2 a}.$$

Для воздуха ($p=0,1$ МПа, $T=10^4$ К) $a = \lambda / c_p \rho = 1 / 1,724 \cdot 10^{-3} \cdot 0,037 = 1,567 \cdot 10^4$ м²/с ($\lambda = 1$ Вт/м·К, $\rho = 0,037$ кг/м³, $c_p = 1,724 \cdot 10^{-3}$ Дж/кг·К). При $R = 10^{-3}$ м, $\mu_n = 0,141$ (для $\text{Bi} = 0,01$ [9])

$$\tau = \frac{10^{-6}}{0,141^2 \cdot 1,567 \cdot 10^4} = 3,2 \cdot 10^{-9} \text{ с.}$$

Таким образом, стационарное состояние в оговоренных условиях устанавливается за время, много меньшее, нежели длительность цикла повторения разряда. Тогда вместо уравнения (1) можно применить его стационарный аналог

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_{\Sigma} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \sigma E^2 - Q = 0 \quad (6)$$

и использовать решение, полученное в [3, 4].

Наконец, еще об одном нестационарном эффекте, связанном с процессом прогрева газа вблизи цилиндра и перестройкой поля скоростей при скачкообразном изменении параметров в потенциальном потоке в случае отрывного течения в кормовой части потока. Экспериментальное исследование этого явления выполнено в [10]. При безотрывном течении, как известно, время установления стационарного процесса теплообмена определяется значением критерия гомогонности $Но = V t / 2R \approx 1-2$.

Итогом исследований [10] стал вывод о том, что стационарное состояние при отрывном течении определяется величиной $Но < 10$.

Это значение критерия $Но$ не может характеризовать нашу задачу, т. к. в ней цилиндр подвижный, и условия в потенциальном потоке непрерывно меняются. Исследование нестационарных эффектов для этого случая и является целью работы.

В результате решения системы уравнений с принятыми упрощениями имеем безразмерные выражения для определения следующих характеристик дуги:

поля функции теплопроводности

$$\overline{\Delta S} = \overline{\Delta S}_{00} \left(1 - \frac{\bar{r}^2}{\bar{r}_*^2} \right), \quad (7)$$

скорости перемещения дугового столба

$$\bar{V} = 1 - \frac{1}{F}, \quad (8)$$

напряженности электрического поля

$$\Pi'_E = \frac{4\overline{\Delta S}_{00}}{\bar{r}_*^2} + \Pi_Q, \quad (9)$$

силы тока

$$Po = \pi^2 (4\overline{\Delta S}_{00} \bar{r}_*^2 + \Pi_Q \bar{r}_*^4), \quad (10)$$

где

$$\bar{r}_* = \bar{r}_*^0 F(t), \quad (11)$$

$$\bar{r}_*^0 = \frac{4}{A Re_{\infty}} \overline{\Delta S}_{00}, \quad (12)$$

$$F(t) = \sqrt{1 + \frac{C_x}{\pi} \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{1}{\bar{r}_*^0} Но}. \quad (13)$$

Раскрывая безразмерные величины и пренебрегая излучением в (7)–(13), получим

$$\Delta S = \Delta S_{00} \left(1 - \frac{r^2}{r_*^2} \right), \quad (14)$$

$$V = V_{\infty} - \sqrt{\frac{V_{\infty}^2}{1 + \frac{M}{\Delta S_{00}} \frac{2\rho_{\infty}}{\mu_{\infty}} V_{\infty}^2 t}}, \quad (15)$$

$$E = \frac{4N}{\sqrt{\sigma \Delta S_{00}}} \frac{\rho_{\infty}}{\mu_{\infty}} \sqrt{\frac{V_{\infty}^2}{1 + \frac{M}{\Delta S_{00}} \frac{2\rho_{\infty}}{\mu_{\infty}} V_{\infty}^2 t}}, \quad (16)$$

$$I = \pi \frac{\Delta S_{00}}{N} \frac{\mu_{\infty}}{\rho_{\infty}} \sqrt{\sigma \Delta S_{00}} \sqrt{\frac{1 + \frac{M}{\Delta S_{00}} \frac{2\rho_{\infty}}{\mu_{\infty}} V_{\infty}^2 t}{V_{\infty}^2}}, \quad (17)$$

$$r_* = \frac{2\Delta S_{00}}{A\lambda_{\infty}\Delta T_{\infty}} \frac{\mu_{\infty}}{\rho_{\infty}} \frac{1}{V_{\infty} - V}. \quad (18)$$

Нестационарный коэффициент теплообмена между дуговым столбом и потоком газа определим из соотношения

$$\alpha = \frac{EI}{2\pi\Delta T_{\infty} r_*} = \frac{A\lambda_{\infty}\rho_{\infty}V_{\infty}}{\mu_{\infty}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{M}{\Delta S_{00}} \frac{2\rho_{\infty}}{\mu_{\infty}} V_{\infty}^2 t}}. \quad (19)$$

Формулы (7)–(13) при $Но = 0$, $F(t) = 1$ переходят в решение, описанное в [4]. Качественный ход зависимостей (15)–(17) для $V(t)$, $E(t)$, $I(t)$ показан на рис. 1.

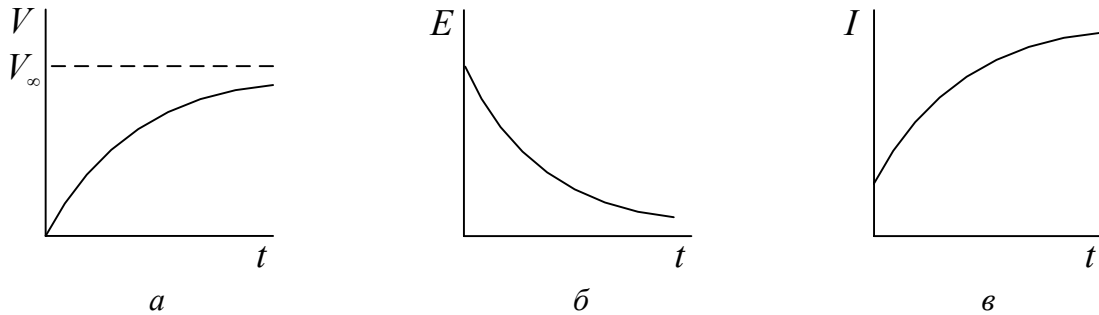


Рис. 1. Качественный вид зависимостей $V=f(t)$ – (а), $E=f(t)$ – (б), $I=f(t)$ – (в).

Подтверждение полученных соотношений, в первую очередь (19), требует отдельного эксперимента, однако неплохое косвенное согласие при $Но = 0$ дает сравнение в [4] с экспериментальными данными по характеристикам дуги, движущейся под действием поперечного магнитного поля. Сопоставление ВАХ для одного значения $V_{\infty} = 100$ м/с при $I = 50 \div 550$ А, представленное в работе [4], дополним обобщенными данными в широком диапазоне изменения скорости при разных токах.

В [4] получено критериальное выражение для вольт-амперной характеристики дуги

$$\Pi'_E = \frac{(A\pi^2)^{4/3}}{\pi^2} Po^{-1/3} Re^{4/3}, \quad (20)$$

которое запишем как

$$\sqrt{\Pi'_E} = \frac{(A\pi^2)^{2/3}}{\pi} \left(\frac{\text{Re}_\infty^2}{\sqrt{\text{Po}}} \right)^{1/3}. \quad (21)$$

Такая форма предпочтительнее, так как наглядное сравнение обобщенной формулы с результатами эксперимента производится по величине E ($\sqrt{\Pi'_E} \square E$), а не по E^2 ($\Pi'_E \square E^2$).

На рис. 2 показана зависимость $\sqrt{\Pi'_E} = f\left(\frac{\text{Re}_\infty^2}{\sqrt{\text{Po}}}\right)$ в логарифмических координатах для экспериментальных данных [8, 11] в сравнении с расчетным выражением (21).

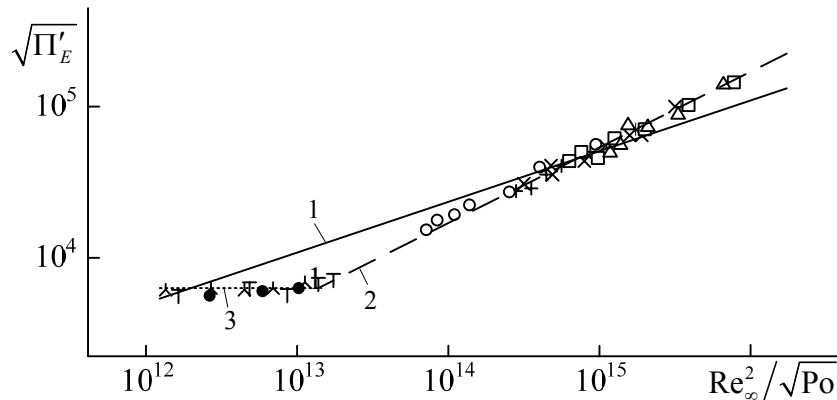


Рис. 2. Обобщенная вольт-амперная характеристика дуги.

Точки – эксперимент: \bullet – $V_\infty=5,3\div 10,5$ м/с, $I=190$ А [8]; ∇ – $V_\infty=5,3\div 16,8$, $I=300$ [8]; \wedge – $V_\infty=5,3\div 15,25$, $I=400$ [8]; \circ – $V_\infty=50$, $I=50\div 600$ [11]; $+$ – $V_\infty=100$, $I=50\div 600$ [11]; \times – $V_\infty=100$, $I=50\div 550$ [11]; \square – $V_\infty=150$, $I=50\div 600$ [11]; Δ – $V_\infty=200$, $I=50\div 600$ [11];

линии – зависимости: 1 – $\sqrt{\Pi'_E} = \frac{(A\pi^2)^{2/3}}{\pi} \left(\frac{\text{Re}_\infty^2}{\sqrt{\text{Po}}} \right)^{1/3}$ (теория (21)), 2, 3 –

$$\sqrt{\Pi'_E} = 2,59 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\text{Re}_\infty^2}{\sqrt{\text{Po}}} \right)^{0,486} \quad (\text{эксперимент [11]}), \quad \sqrt{\Pi'_E} = 6310 \quad (\text{эксперимент [8]}).$$

Точность обобщенной формулы (21) в диапазоне изменения данных эксперимента по продольной координате $\text{Re}_\infty^2 / \sqrt{\text{Po}} = 1,4 \cdot 10^{13} \div 7,89 \cdot 10^{15}$ находится и пределах +26% и –40%. В диапазоне $\text{Re}_\infty^2 / \sqrt{\text{Po}} = 1,27 \cdot 10^{12} \div 1,4 \cdot 10^{13}$ расчет и эксперимент отличаются примерно в 1,9 раза.

Более точные результаты получаются, если в указанных диапазонах $\text{Re}_\infty^2 / \sqrt{\text{Po}}$ экспериментальные данные обобщить различными эмпирическими соотношениями. При $\text{Re}_\infty^2 / \sqrt{\text{Po}} = 1,4 \cdot 10^{13} \div 7,89 \cdot 10^{15}$ расчет можно производить по формуле

$\sqrt{\Pi'_E} = 2,59 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\text{Re}_\infty^2}{\sqrt{\text{Po}}} \right)^{0,486}$, а при $\text{Re}_\infty^2 / \sqrt{\text{Po}} = 1,27 \cdot 10^{12} \div 1,4 \cdot 10^{13}$ – $\sqrt{\Pi'_E}$ имеет постоянное значение, $\sqrt{\Pi'_E} = 6310$. Отклонение расчета от эксперимента $\pm 13\%$.

Представление решения в безразмерных комплексных переменных существенно облегчает масштабирование дуговых установок со скользящей дугой, так как позволяет по заданным характеристикам одного явления получить характеристики другого явления простым пересчетом, который аналогичен переходу от одной системы единиц измерения к другой системе.

Обозначения

T – температура; p – давление; t – время; τ – характерное время; S – функция теплопроводности; Q – удельная мощность излучения, свободно выходящего из дуги; ρ – плотность; c_p – теплоемкость; q – плотность теплового потока; λ , a , μ , σ , α – коэффициенты теплопроводности, температуропроводности, динамической вязкости, электропроводности и теплообмена соответственно; $\lambda_\Sigma = \lambda + \lambda_\Gamma$ – суммарный коэффициент теплопроводности; E – напряженность электрического поля, I – сила тока; V – скорость; r – текущий радиус; L – расстояние между электродами; $\Delta S = S - S_*$; $\Delta T_\infty = T_\infty - T_*$; $\Delta S_\infty = S_\infty - S_*$; $\Delta S_{00} = S_{00} - S_\infty$; $\overline{\Delta S} = \frac{\Delta S}{\Delta S_\infty}$; $\overline{\Delta S_{00}} = \frac{\Delta S_{00}}{\Delta S_\infty}$; $\overline{V} = \frac{V}{V_\infty}$; $\overline{V} = \frac{V}{V_\infty}$; $\overline{r} = \frac{r}{L}$; $\overline{r}_* = \frac{r_*}{L}$; A – постоянная; $\Pi'_E = \frac{E^2 L^2 \hat{\sigma}}{\Delta S_\infty}$, $\Pi_Q = \frac{QL^2}{\Delta S_\infty}$, $\text{Po} = \frac{I^2}{L^2 \hat{\sigma} \Delta S_\infty}$, $\text{Re}_\infty = \frac{2V_\infty \rho_\infty L}{\mu_\infty}$, $\text{Re}_{r_*} = \frac{2V_\infty \rho_\infty r_*}{\mu_\infty}$, $\text{Nu} = \frac{2q_* r_*}{\lambda_\infty |\Delta T_\infty|}$, $\text{Ho} = \frac{V_\infty t}{L}$ – числа и критерии подобия; C_x – коэффициент сопротивления; $M = C_x \frac{1}{\pi} \frac{\rho_\infty}{\hat{\rho}} \frac{A \lambda_\infty \Delta T_\infty}{4}$; $N = \frac{A \lambda_\infty \Delta T_\infty}{4}$. Индексы нижние: ∞ – свободный поток; $*$ – граница электропроводной зоны; 00 – значение на оси; Γ – лучистый; d – дуга. Индексы верхние: 0 – нулевое приближение. Знак $\hat{}$ – осредненное значение.

Литература

1. Richard F., Cormier J. M., Pellerin S., and Chapelle J. Physical study of a gliding arc discharge // J. Appl. Phys. 1996. Vol. 79, No. 5. Pp. 2245–2250.
2. Kuznetsova I.V., Kalashnikov N.Y., Gutsol A.F., Fridman A.A., and Kennedy L.A. Effect of “overshooting” in the transitional regimes of the low-current gliding arc discharge // J. Appl. Phys. 2002. Vol. 92, No. 8. Pp. 4231–4237.
3. Бублиевский А. Ф. Приближенная модель электрической дуги в поперечных взаимно перпендикулярных аэродинамическом и магнитном полях // ИФЖ. 1978. Т. 35, № 6. С. 1012–1018.
4. Никончук А. Н., Бублиевский А. Ф., Бублиевский Д. А. Обобщенные характеристики электрической дуги, движущейся по параллельным электродам под действием поперечного магнитного поля // Тепло- и массоперенос – 2007. Минск, 2007. С. 220–226. (Сб. научн. тр. / ИТМО НАН Беларуси).
5. Дресвин С. В., Донской А. В., Гольдфарб В. М., Клубникин В. С. Физика и техника низкотемпературной плазмы. М., Атомиздат, 1972. 352 с.

6. Мик Дж., Крэгс Дж. Электрический пробой в газах. М., Из-во иностр. лит., 1960. 606 с.
7. Физический энциклопедический словарь. / Гл. ред. А.М. Прохоров. Ред. кол. Д.М. Алексеев, А.М. Бонч-Бруевич, А.С. Боровик-Романов и др. М., Сов. энциклопедия, 1984. 944 с.
8. Роумен В. К., Майерс Т. В. Экспериментальное исследование электрической дуги, горящей в скрещенных аэродинамическом и магнитном полях // Ракетная техника и космонавтика. 1967. Т. 5, № 11. С. 114-122.
9. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М., Высшая школа, 1967. 600 с.
10. Парнас А.Л. Экспериментальное исследование нестационарного теплообмена цилиндра в поперечном потоке воздуха // Вопросы нестационарного переноса тепла и массы. Минск, Наука и техника, 1965. 164 с.
11. Залесский А. М. Электрическая дуга отключения. М.; Л.: ГЭИ, 1963. 267 с.