

УДК 665.75

ТЕПЛООБМЕН ПРИ ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОУПРУГИХ СРЕД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА В КАНАЛАХ ТЕПЛООБМЕННИКОВ ТИПА «ТРУБА В ТРУБЕ» С ИНТЕНСИФИКАТОРАМИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ВИДЕ ПЕРИОДИЧЕСКИ РАСПОЛОЖЕННЫХ ВЫСТУПОВ

Г.А. Асфандерова, Г.Р. Халитова, Е.К. Вачагина

*Лаборатория теплофизических исследований Исследовательского центра проблем энергетики
Казанского научного центра Российской академии наук, Казань, Россия*

Введение. Интенсификация конвективного теплообмена в высоковязких средах, проявляющих в ходе своей переработки сложные реологические свойства при их ламинарном течении, является весьма актуальной задачей, так как процессы теплообмена в этом случае характеризуются сравнительно небольшими коэффициентами теплоотдачи и невысокой эффективностью. Одним из направлений увеличения эффективности процессов теплообмена является применение специальных интенсификаторов в виде периодически расположенных выступов в каналах теплообменного оборудования. Во многих отраслях химического и нефтехимического производства используются материалы, характеризующиеся наличием таких сложных реологических свойств как вязкоупругость, что приводит к усложнению расчетов процессов теплообмена и малоэффективной работе теплообменных аппаратов. Теплообменные аппараты типа «труба в трубе» имеют широкое распространение при переработке реологически сложных сред. В связи с вышесказанным становится очевидным, что разработка математических моделей и методики расчета теплообмена при течении вязкоупругих сред в каналах такого типа является весьма актуальной задачей.

Постановка задачи. При постановке задачи о теплообмене при течении вязко-упругой жидкости в каналах использовались следующие допущения: течение несжимаемой жидкости стационарное, ламинарное; реологическое поведение сред характеризуется наличием вязко-упругих и нелинейно-вязких свойств; плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность среды в ходе процесса меняются незначительно; силы тяжести пренебрежимо малы. Геометрическая область течения представляет собой коаксиальный канал с выступами на внутренней поверхности внешней трубы. Геометрическая область течения представлена на рис. 1.

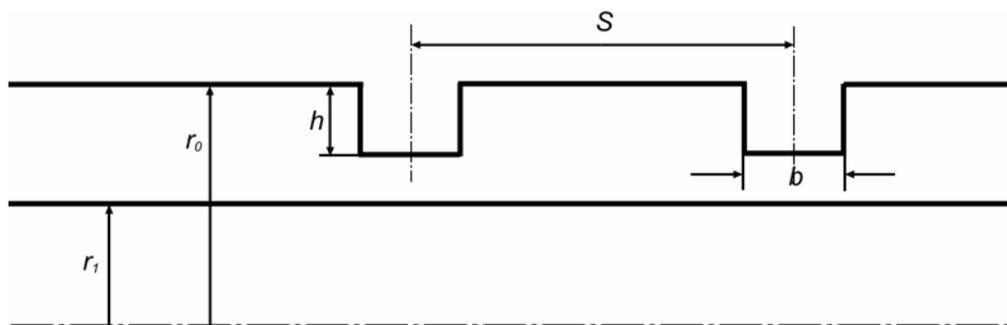


Рис.1. Геометрическая область течения.

Реологические свойства жидкости, характеризующиеся наличием нелинейно-вязких и вязкоупругих свойств, при течении в каналах различных форм могут быть с достаточной степенью точности описаны реологической моделью дифференциального типа. Для моделей такого типа реологическое уравнение состояния является функциональной зависимостью тензора напряжений T в момент времени t от кинематических тензоров Уайта-Метцнера первого и второго порядков (B_1 и B_2) [1]:

$$T = -PI + \varphi_1(I_2)B_1 + \varphi_2(I_2)B_2, \quad (1)$$

где P – давление; I – единичный тензор; $B_1 = 2D$ – тензор Уайта-Метцнера первого порядка; $B_2 = \frac{dB_1}{dt} - \left(B_1 \cdot (\text{grad} \vec{v})^T + ((\text{grad} \vec{v}) \cdot B_1) \right)$ – тензор Уайта-Метцнера второго порядка; $D = \frac{1}{2} \left(\text{grad} \vec{v} + (\text{grad} \vec{v})^T \right)$ – тензор скоростей деформаций; \vec{v} – вектор скорости; $\varphi_1(I_2), \varphi_2(I_2)$ – материальные функции, отражающие наличие нелинейно-вязких и вязко-упругих свойств; $I_2 = 4tr(D^2) = tr(B_1^2)$ – второй инвариант тензора скоростей деформаций; индекс « T » – символ транспонирования; « tr » – операция взятия следа тензора.

Зависимости $\varphi_1(I_2), \varphi_2(I_2)$ для каждой конкретной жидкости определяются из соответствующих экспериментальных исследований и могут иметь различный характер. В существующей литературе предложено множество частных видов функциональных соотношений $\varphi_1(I_2), \varphi_2(I_2)$ [1,2,3]. В качестве одной из наиболее удачных форм таких зависимостей для вязкости $\varphi_1(I_2)$ является модель Кутателадзе—Хабахпашевой [4]

$$\varphi_* = \exp(-\tau_*), \quad (2)$$

где

$$\varphi_* = \frac{(\varphi_\infty - \varphi)}{(\varphi_\infty - \varphi_0)}, \quad \tau_* = \theta \frac{(\tau - \tau_1)}{(\varphi_\infty - \varphi_0)}. \quad (3)$$

Здесь $\tau = \varphi_1(I_2) \frac{\sqrt{I_2}}{2}$; $\varphi = \frac{1}{\varphi_1(I_2)}$ – текучесть; $\varphi_0, \varphi_\infty$ – текучести при $\tau \rightarrow 0$ и $\tau \rightarrow \infty$;

θ, τ_1 — мера и предел структурной стабильности жидкости.

Для зависимости $\varphi_2(I_2)$ будем использовать наиболее простую форму, отражающую действительный её характер, а именно, степенной закон

$$\varphi_2(I_2) = kI_2^n, \quad (4)$$

где k, n – константы.

Данные зависимости предложены для изотермических условий течения жидкостей. Для неізотермического случая они могут быть обобщены через зависимости основных реологических параметров $\varphi_\infty, \varphi_0, \theta, k, n$ от температуры T в аррениусовском виде:

$$\varphi_\infty = A_\infty \exp\left(-\frac{B_\infty}{RT}\right), \quad \varphi_0 = A_0 \exp\left(-\frac{B_0}{RT}\right), \quad \theta = \theta_0 \exp\left(-\frac{B_\theta}{RT}\right), \quad k = k_0 \exp\left(-\frac{C}{RT}\right), \quad (5)$$

где $A_\infty, A_0, \theta_0, k_0$ – предэкспоненты; B_∞, B_0 – энергии активации вязкого течения при $\tau \rightarrow \infty$ и $\tau \rightarrow 0$; C – константа аналогичная величинам B_∞, B_0 ; R – универсальная газовая постоянная.

Базовая система уравнений, используемая для построения математической модели, состояла из основной системы уравнений термомеханики сплошных сред, уравнений движения, переноса тепла и неразрывности. Таким образом, при принятых допущениях в общей тензорной формулировке, система уравнений, описывающая изучаемый процесс теплообмена имеет вид:

$$\left(\vec{v} \cdot \text{grad} T\right) = a \Delta T + \frac{\Phi}{\rho c_p}; \quad (6)$$

$$\rho(\text{grad} \vec{v} \cdot \vec{v}) = -\text{grad} P + \text{div} \Gamma^0; \quad (7)$$

$$\text{div} \vec{v} = 0, \quad (8)$$

где Γ^0 – девиатор тензора напряжений; $\Phi = \varphi_1(I_2)I_2$ – диссипативная функция;

$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ – температуропроводность; ρ, c_p, λ – плотность, удельная теплоёмкость и

теплопроводность жидкости. Для координатной записи уравнений (6)-(8) будем использовать цилиндрическую систему координат с осью z , направленной по оси рассматриваемого канала.

Для замыкания системы уравнений (6)-(8), необходимо добавить условия однозначности, которые условно можно разделить на гидродинамические и температурные.

Гидродинамические граничные условия:

граничные условия “прилипания” жидкости на границе области

$$\vec{v} \Big|_{\partial \Omega} = \vec{0}, \quad (9)$$

условие, определяющее расход жидкости через поперечное сечение области Ω :

$$Q = 2\pi \int_{r_1}^{r_0} v_z(r, z) r dr. \quad (10)$$

где Q – расход рабочей среды через поперечное сечение канала

Температурные граничные условия.

- одно из следующих граничных условий для температуры T :

$$c_1 \lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\partial \Omega} + c_2 T \Big|_{\partial \Omega} = c_3, \quad (11)$$

где коэффициенты c_1, c_2, c_3 принимают значения:

а) $c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = T_2 = \text{const}$ – для тепловых граничных условий I рода, где T_2 – значение температуры в произвольной точке на границе канала.

б) $c_1 = -1, c_2 = 0, c_3 = q = \text{const}$ – для тепловых граничных условий II рода, где q – тепловой поток в произвольной точке на границе канала.

в) $c_1 = -1, c_2 = \alpha, c_3 = \alpha T_{oc} = const$ - для тепловых граничных условий III рода, где $T_{oc} = const$ - температура окружающей среды; $\alpha = const$ - коэффициент теплоотдачи на границе $\partial\Omega$

Условие, определяющее распределение температуры на входе в канал:

$$T|_{z=0} = T_0, \quad (12)$$

где T_0 - температура рабочей жидкости на входе в канал.

Метод решения задачи. Ввиду сложностей связанных с неявным и нелинейным характером зависимостей $\varphi_i(I_2, T)$ и нелинейностью конвективных членов основных уравнений термомеханики сплошных сред решение поставленной задачи невозможно получить в аналитическом виде. Таким образом, для решения поставленной задачи использовались численные методы, которые в последнее время приобретают всё большую популярность. Вследствие этих же причин используемые численные методы должны носить итерационный характер.

В качестве одного из перспективнейших методов, получивших развитие последнее время, отметим метод Галёркина, зарекомендовавший себя с наилучшей стороны как наиболее надёжный и универсальный метод. Именно этот метод в его конечно-элементной формулировке использовался в данной работе для проведения соответствующего комплекса численных исследований. Отметим также, что при получении системы нелинейных алгебраических уравнений Галёркина из системы уравнений движения, неразрывности и переноса энергии осуществлялся переход к соответствующим безразмерным переменным.

Для решения нелинейной системы уравнений Галёркина использовался итерационный метод линеаризации, представляющий комбинацию метода, состоящего в замене на каждом шаге итерационного процесса функциональных зависимостей $\varphi_i(I_2, T)$ функциональными зависимостями $\varphi_i(r, z)$, и метода, подробно описанного в [2], сущность которого состоит в постепенном увеличении влияния конвективных членов.

В качестве начального приближения для определения длины теплового начального участка в каналах типа «труба в трубе» с выступами использовалось значение длины теплового начального участка в кольцевом канале с теми же геометрическими размерами. В отличие от поставленной выше задачи, процессы теплообмена в кольцевых каналах могут быть описаны системой уравнений переноса энергии, количества движения и уравнения неразрывности, предполагающей отсутствие старших производных в дивергентных составляющих уравнений, по сравнению с конвективными составляющими. В результате такого очевидного с точки зрения практики допущения меняется характер самих уравнений, которые из уравнений эллиптического типа становятся уравнениями параболического типа. Метода решений таких параболизированных систем уравнений хорошо разработаны и не требуют постановки граничных условий на второй границе рассматриваемой области, определения искомых переменных задачи, соответствующей границе начального теплового участка. Полученное таким образом начальное приближение длины начального теплового участка впоследствии уточняется с помощью вычислительных процедур. В качестве критерия определения длины начального теплового участка использовалось условие малости максимальной относительной разности основных искомых переменных задачи T, v_r, v_z от решения той же задачи в предположении сформировавшихся профилей температур и гидродинамических характеристик, T, v_r, v_z начиная с некоторого значения независимой переменной $z = l$, которое и является

длиной начального теплового участка. Решения таких задач с условием сформировавшихся профилей T, v_r, v_z получаются из основной системы уравнений при использовании условия периодичности, и в итоге сводятся к циклической прогонке [5]. Для определения неизвестных полей T, v_r, v_z использовалась модификация метода Зейделя, выраженная в поочерёдном решении уравнения переноса энергии при известном распределении гидродинамических полей и уравнений гидродинамики при известном поле температур T . Как уже говорилось, процедура решения поставленной задачи с соответствующими условиями однозначности носит итерационный характер. На нулевом шаге итерационного процесса для вычисления гидродинамических полей, полученных в предположении постоянства температуры фиксированных значениях материальных функций $\varphi_i(I_2, T)$. Далее производится вычисление поля температур T при рассчитанных таким образом полях v_r, v_z . Затем, на каждом шаге итерационного процесса определяются матрицы материальных функций $\varphi_i(I_2, T)$ с использованием реологической модели и температурных зависимостей их параметров. После чего вычисляется распределение v_r, v_z при новом значении поля T с предыдущего шага итераций. Далее уточняются значения v_r, v_z использованием только что полученных матриц T . И вновь рассчитываются поля температур с использованием полученных распределений гидродинамических характеристик. Такой итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута нужная степень точности полученных результатов.

В качестве апробации предложенной математической модели сравнивалось решение задачи теплообмена в круглой трубе, полученное в предположении, что профиль скорости не меняется по длине канала и имеет параболический характер, что физически соответствует предположению о постоянстве коэффициента динамической вязкости с известным аналитическим решением Нуссельта-Гретца для такой задачи. Относительная погрешность сравнения решений этих задач не превосходила 1%.

С помощью изложенного здесь алгоритма численных расчётов можно получать решения поставленной задачи для небольших чисел Pe , т.е. при длине теплового начального участка сравнительно небольшой величиной (до 50 диаметров канала). Для случая, когда числа Pe ($Pr \gg 1$) имеют достаточно большие значения, действительная длина канала имеет размеры много меньше длины теплового начального участка (до 1000 диаметров и более), и постановка граничных условий на выходе из канала не представляется возможной. В таких случаях для проведения вычислительного эксперимента практически существующая область канала дополняется абстрактной областью, в которой отсутствуют интенсификаторы, и решение получают для всей объединённой области. В первой части размеры конечных элементов выбираются обычным способом, т.е. размеры конечных элементов много мельче, чем во второй части. Во второй части размеры конечных элементов в направлении оси канала малы, только в непосредственной близости к границе, разделяющей области, и увеличиваются на несколько порядков в остальной области в зависимости от числа Pe или длины начального теплового участка.

Результаты численных расчётов. На основании комплекса проведённых исследований были получены распределения температурных и гидродинамических характеристик ламинарного потока вязкоупругой модельной жидкости при её течении в каналах теплообменного оборудования типа «труба в трубе» с интенсификаторами конвективного теплообмена в виде периодически расположенных выступов. Исследовалось влияние на гидродинамическую структуру течения и теплообмен

величины размеров выступов на внутренней поверхности внешней трубы канала и шага расположения периодической дискретной шероховатости.

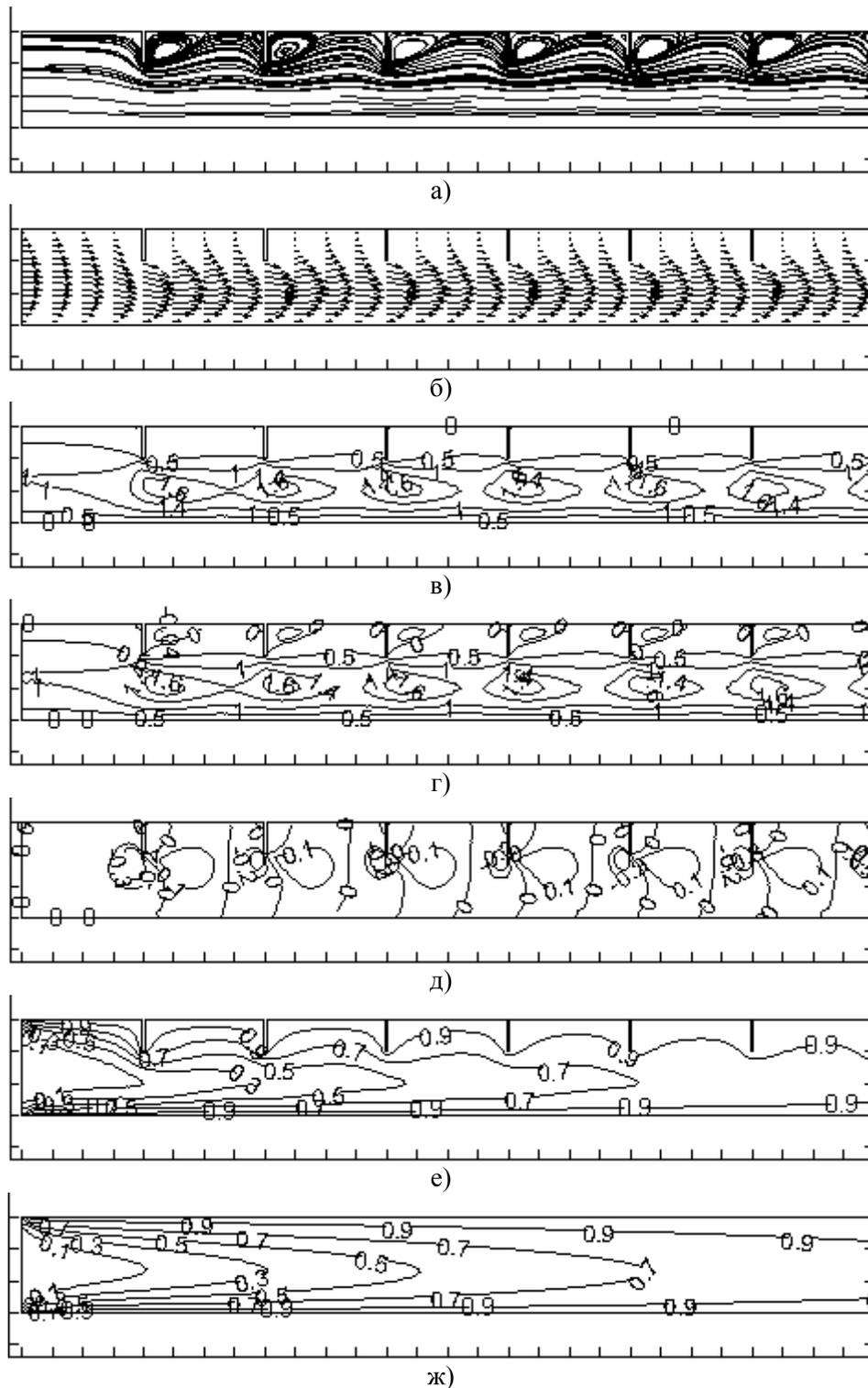


Рис.2. Результаты численных расчётов теплообмена при течении вязко-упругой жидкости в коаксиальных каналах с интенсификаторами при $S = r_0; r_1 / r_0 = 0,25; h = 0,25r_0; b = 0,02r_0$. а – линии тока; б – поле вектора скорости; в – изолинии модуля вектора скорости; г – изолинии горизонтальной компоненты вектора скорости; д – изолинии вертикальной компоненты вектора скорости; е — изотермы; ж – изотермы в соответствующем кольцевом канале

На рис.2а представлены линии тока при небольших числах Re , характер которых говорит о наличии в потоке зон отрывных течений или макровихрей, расположенных непосредственно за выступом. На рис.2б наглядно представлено с помощью стрелок векторное поле скоростей, при этом длина стрелок пропорциональна величине модуля вектора скорости в соответствующих точках. На рис.2в и 2г представлено распределение изолиний модуля вектора скорости и горизонтальной его составляющей. Очевидно, что чем меньше величина высоты выступа h , тем меньше различий в распределении этих линий, и тем меньше максимальные значения вертикальной составляющей вектора скорости, что ясно видно из сравнения рис.2в, г, д и рис. 3б, в, г.

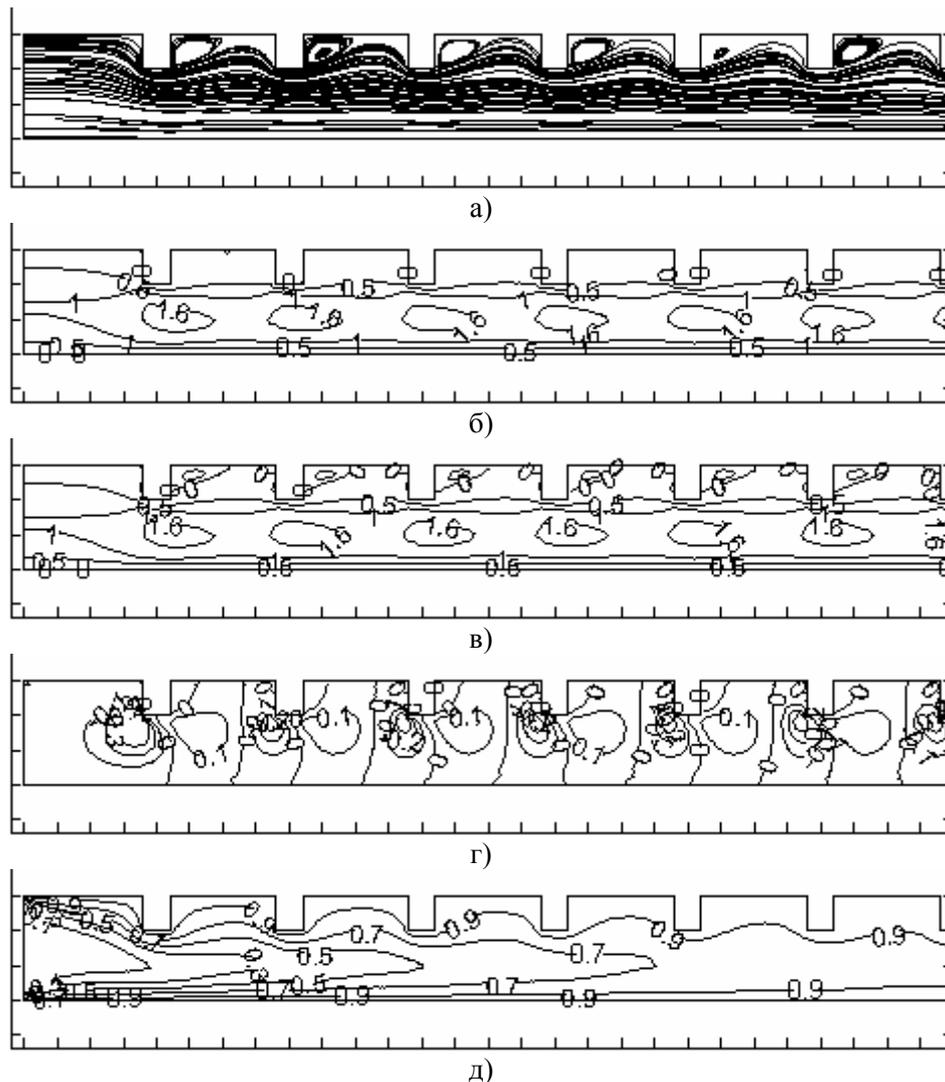


Рис. 3. Результаты численных расчётов теплообмена при течении вязко-упругой жидкости в коаксиальных каналах с интенсификаторами при $S = r_0; r_1 / r_0 = 0,25; h = 0,25r_0; b = 0,25r_0$. а – линии тока; б – изолинии модуля вектора скорости; в – изолинии горизонтальной компоненты вектора скорости; г – изолинии вертикальной компоненты вектора скорости; д – изотермы

Наличие дискретной шероховатости в канале позволяет значительно интенсифицировать процессы теплообмена, что подтверждается распределением линий равных значений температуры в интенсифицированном коаксиальном канале (рис.2.е)

и в соответствующем гладком канале (рис.2.ж). К причинам интенсификации конвективного теплообмена в рассматриваемых случаях можно отнести, во-первых, увеличение поверхности теплообмена; во-вторых, разрушение пристеночных слоёв жидкости, обусловленное наличием макровихрей и, в-третьих, изменение конфигурации профиля составляющих вектора скорости в соответствии с наличием нелинейно-вязких и вязко-упругих эффектов реологических особенностей поведения исследуемых жидкостей.

На рис. 3 представлены линии тока и распределение линий равных значений модуля вектора скорости, его компонент и температуры при большем соотношении b/r_0 , чем на рис.2 при прочих равных геометрических и режимных параметрах. Сравнение рисунков показывает, что увеличение отношения b/r_0 ведет с одной стороны к увеличению поверхности теплообмена, а с другой уменьшению макровихрей, что в конечном счете уменьшает эффект интенсификации.

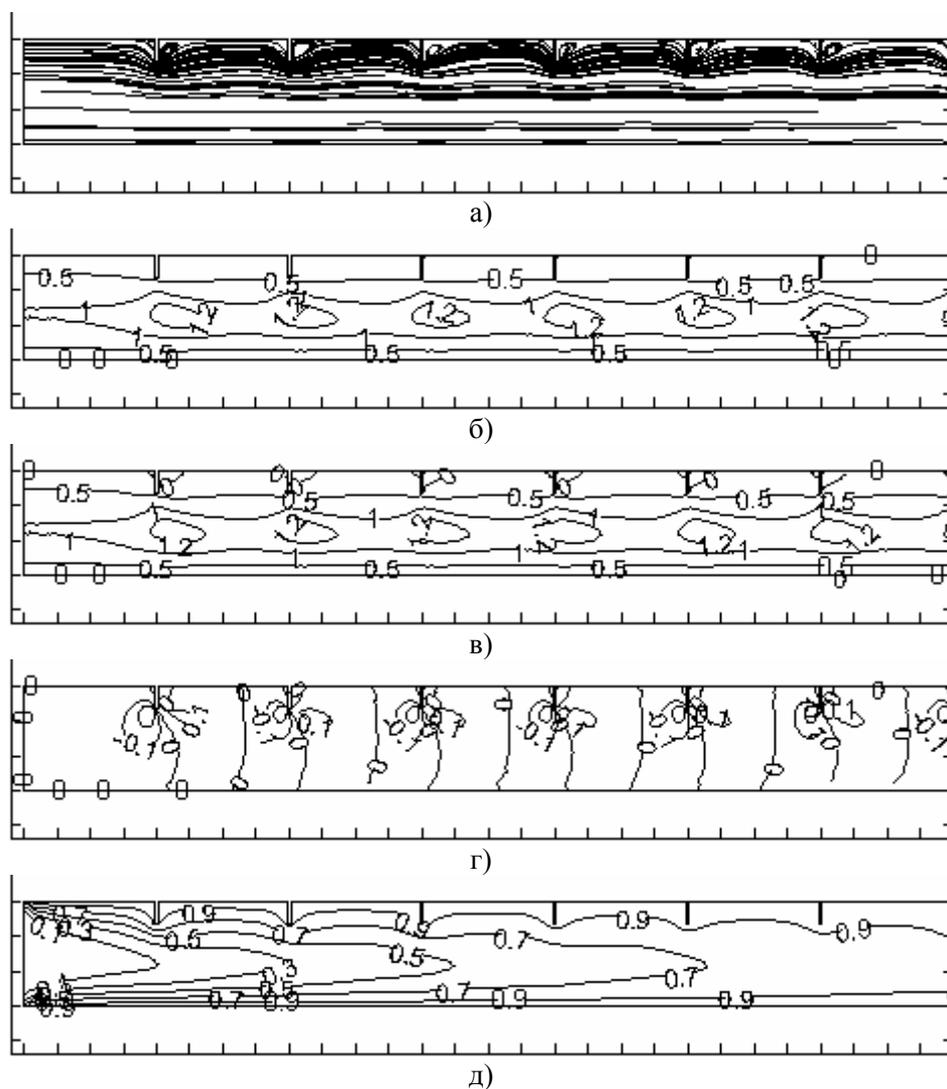


Рис. 4. Результаты численных расчётов теплообмена при течении вязко-упругой жидкости в коаксиальных каналах с интенсификаторами при $S = r_0; r_1 / r_0 = 0,25; h = 0,15r_0; b = 0,02r_0$. Обозначения как на рис.3

На рис.4 и 5 представлено влияние отношения h/r_0 на распределение линий тока и линий равных значений модуля вектора скорости, его компонент и температуры. Сравнивая рисунки 2,4,5 можно сделать вывод, что увеличение отношения h/r_0 при прочих равных параметрах ведет к интенсификации теплообмена в интенсифицированной трубе, что можно объяснить, во-первых, увеличением поверхности теплообмена, а во-вторых, увеличением макровихрей в зоне выступа.

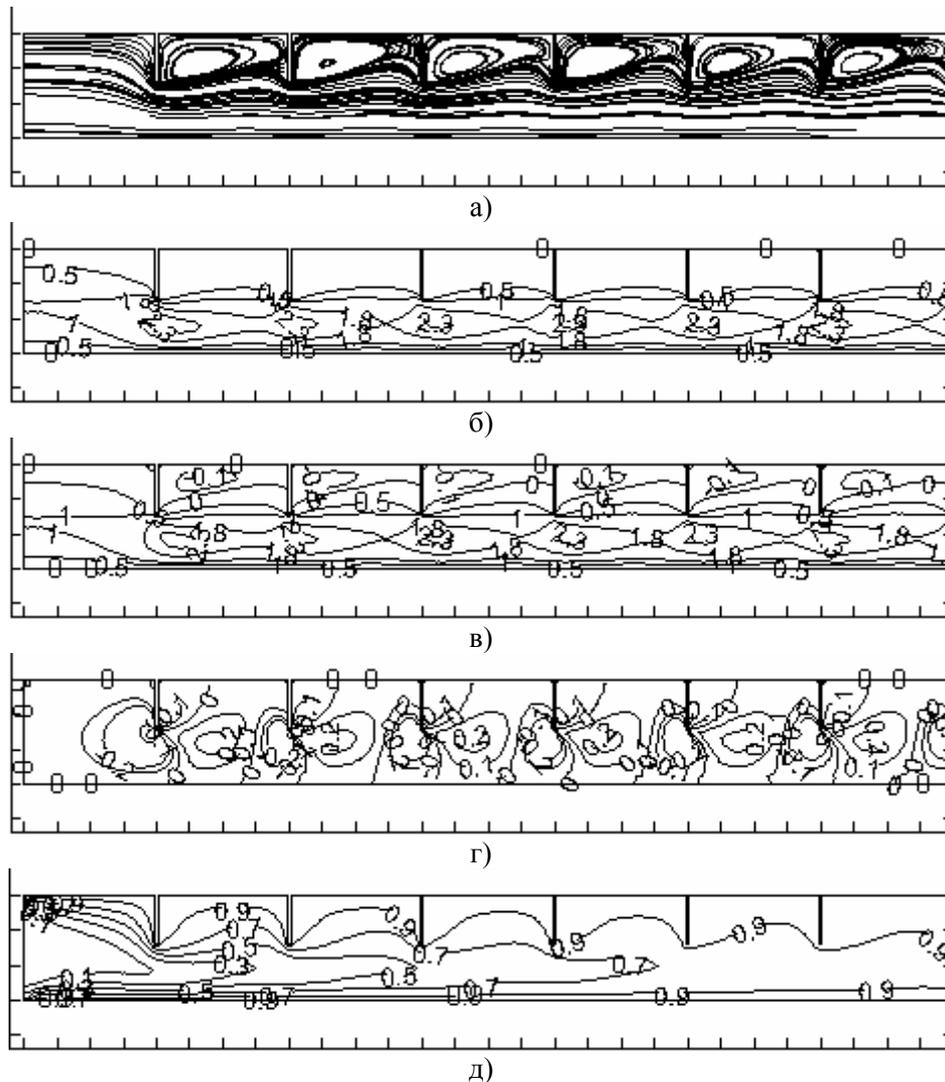


Рис. 5. Результаты численных расчётов теплообмена при течении вязко-упругой жидкости в коаксиальных каналах с интенсификаторами при $S = r_0$; $r_1 / r_0 = 0,25$; $h = 0,35r_0$; $b = 0,02r_0$. Обозначения как на рис.3

На рис. 6. представлены результаты численных расчётов для случая коаксиального канала с дискретной шероховатостью с шагом расположения выступов $S = 2r_0$. Как и следовало ожидать, увеличение величины S приводит к меньшей интенсификации процессов теплообмена. Для данного режима течения характерна меньшая завихренность потока при меньшей же поверхности теплообмена.

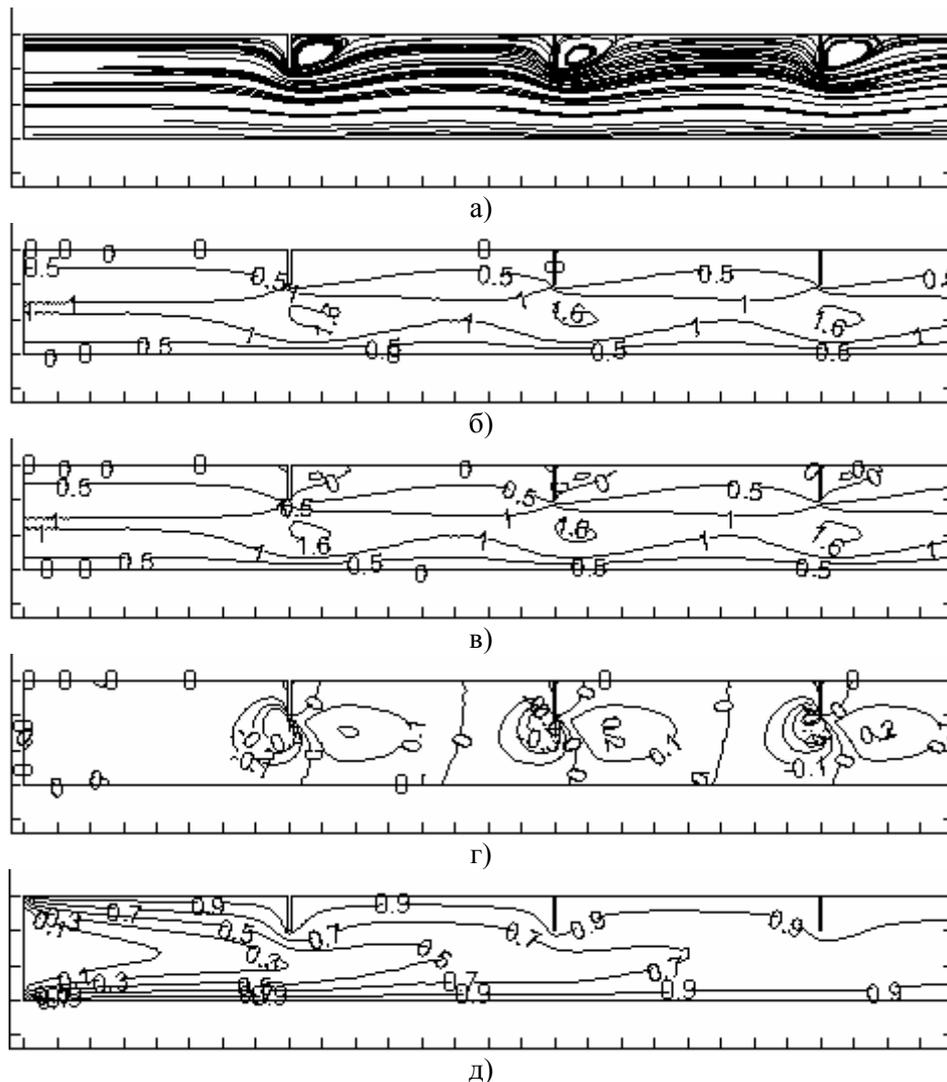


Рис. 6. Результаты численных расчётов теплообмена при течении вязко-упругой жидкости в коаксиальных каналах с интенсификаторами при $S = 2r_0$; $r_1 / r_0 = 0,25$; $h = 0,25r_0$; $b = 0,02r_0$. Обозначения как на рис. 3

Заключение. На основании разработанных в настоящей работе постановки задачи и метода решения был проведён комплекс численных исследований процессов теплопереноса и гидродинамики при ламинарных течениях вязкоупругих сред дифференциального типа в теплообменных аппаратах «труба в трубе». Анализ полученных результатов позволяет выбрать в каждом конкретном случае на практике наиболее целесообразные с точки зрения эффективности режимы работы интенсифицированного теплообменного оборудования.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФАНИ (госконтракт № 02.516.11.6025, грант президента РФ №НШ-738.2008.8) и РФФИ (грант № 05-08-50043).

Литература

- [1] Астарита Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей, Мир, Москва, 1978.
- [2] Литвинов В.Г. Движение нелинейно-вязкой жидкости, Наука, Москва, 1982.

- [3] Шульман З.П., Алейников С.М., Хусид Б.М., Якобсон Э.Э. Реологические уравнения состояния текущих полимерных сред (анализ состояния проблемы). Препринт. АН БССР, ИТМО, Минск, 1981.
- [4] Кутателадзе С. С., Попов В.И., Хабахпашева Е.М. К гидродинамике жидкостей с переменной вязкостью. ПМТФ. 1966, №1, С.45-49.
- [5] Самарский А.А. Теория разностных схем, Наука, Москва, 1983.