

УДК 541.124/128

МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ СУШКИ ПИЩЕВЫХ МАТЕРИАЛОВ МОДИФИЦИРОВАННЫМ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫМ МЕТОДОМ

Г. ЕФРЕМОВ*, М. МАРКОВСКИ, И. БЯЛОБРЖЕВСКИ

**Кафедра процессов и аппаратов химической и нефтехимической промышленности,
Московский государственный открытый университет, Москва, Россия
Кафедра процессов и аппаратов, университет Вармия и Мизури, Ольштин, Польша.*

Стадия сушки – важная операция в переработке пищевых продуктов. Расчет сушки пищевых материалов часто осложняется их усадкой в процессе переработки. Цель данной статьи состоит в том, чтобы определить, может ли модифицированный квазистационарный метод (МКМ) использоваться для точного описания кинетики сушки пищевых материалов, например, сушку в фонтанирующем слое моркови при различных температурах сушильного агента.

Система дифференциальных уравнений для внешнего и внутреннего тепло- и массообмена в общем случае, может быть решена только численно [1]. Поэтому ряд авторов пытаются использовать для описания внутреннего тепло- и массообмена эмпирические модели. В качестве примера эмпирической модели приведем наиболее часто используемую временную зависимость для безразмерного отношения влагосодержаний [2]

$$MR = \frac{w - w^*}{w_0 - w^*} = \exp(-K \tau^C t^D). \quad (1)$$

Очевидный недостаток этой модели состоит в том, что коэффициенты K , C и D справедливы только для данного материала в исследованном диапазоне изменения параметров. Экстраполяция на другие материалы и условия работы приводит к значительным ошибкам в расчетах. Другим ограничением является то, что для получения точной регрессионной модели (1) необходимо иметь значительное число экспериментальных точек, верно отражающих ее траекторию. Кроме того, многие эмпирические модели, как и уравнение (1), не дают значение безразмерного влагосодержания равное единице для нулевого значения времени ($\tau = 0$).

Ряд недостатков эмпирических моделей могут быть устранены при использовании полумпирических моделей. В данной работе для этой цели использован модифицированный квазистационарный метод (МКМ), полученный на основе уравнений диффузии и теплообмена, позволяющий находить уточняющие коэффициенты на основании минимума опытных данных. Метод МКМ не только упрощает расчеты процесса, но и позволяет выявить предельные случаи кинетики сушки. Квазистационарный метод или метод равнодоступной поверхности был предложен Франком-Каменецким [3] и реализован применительно к химической кинетике. Этот метод может быть использован при упрощенном описании макрокинетики нестационарного массопереноса для объемных материалов. Согласно квазистационарному методу принимается, что вся поверхность обрабатываемого материала является равнодоступной в диффузионном отношении. Это, в частности, реализуется при диффузии в изотропной среде для материалов с изотропными свойствами. Квазистационарный метод объединяет результаты интегрирования уравнения диффузии с простым граничным условием (постоянная концентрация на

поверхности материала) с кинетикой химической реакции первого порядка. Франк-Каменецкий при разработке метода принял, что гетерогенная химическая реакция и диффузия веществ к поверхности являются двумя стадиями общего кинетического процесса. Он применил этот метод для химических реакций первого порядка. Сущность метода заключается в том, что скорость химической реакции равна скорости диффузии реагирующих веществ.

Рассмотрим применение квазистационарного метода для процесса десорбции влаги из капиллярно-пористого материала. При десорбции мы имеем две стадии процесса – десорбция влаги с поверхности пористого тела и диффузия ее в объеме сплошной среды. При десорбции в соответствии с методом равнодоступной поверхности концентрация на поверхности, примем ее равной разности текущей и равновесной концентраций $w - w^*$, должна быть меньше, чем концентрация в объеме материала $w_0 - w$. Для квазистационарной кинетики десорбции, в соответствии с методом равнодоступной поверхности, можно записать условие равенства диффузионного потока J по уравнению массоотдачи и десорбции с поверхности материала по Генри. Он пропорционален разности текущей w и равновесной w^* концентраций, где k – кинетический коэффициент, тогда

$$J = \beta(w_0 - w) = k(w - w^*). \quad (2)$$

Решая уравнения (2) относительно безразмерного комплекса концентраций MR , получим

$$MR = \frac{\beta}{k + \beta} = \frac{1}{1 + k/\beta}. \quad (3)$$

Выражение для диффузионного потока может быть также представлено в общем виде

$$J = K(w_0 - w^*). \quad (4)$$

Здесь K - общий кинетический коэффициент, с учетом (3) он равен

$$K = k \cdot MR = \frac{k\beta}{k + \beta} \quad (5)$$

или

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{k} + \frac{1}{\beta}. \quad (6)$$

Выражение (6) имеет смысл того, что общее сопротивление процесса $1/K$ равно сумме диффузионного $1/\beta$ и кинетического $1/k$. Если $k \gg \beta$, то $K \cong \beta$ и, сравнивая зависимости (3) и (5), $w \cong w^*$, а $\tau \rightarrow \infty$ (процесс протекает в диффузионной области). Если $k \ll \beta$, то $K \cong k$ и, сравнивая зависимости (3) и (5), $w \cong w_0$, а $\tau \rightarrow 0$ (процесс протекает в кинетической области).

В работе [4] показано, что при использовании решений уравнения диффузии для процесса сушки, необходимо использовать постоянное граничное условие, что хорошо отражает экспериментально измеренные значения коэффициента массоотдачи. Решение уравнения диффузии с постоянным граничным условием имеет вид [5]

$$\frac{w}{w_0} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2 \cdot D \tau}\right). \quad (7)$$

Для нахождения диффузионного потока по этому решению необходимо выполнить его дифференцирование

$$J = -D \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} = \sqrt{\frac{D}{\pi\tau}} \cdot (w_0 - w) . \quad (8)$$

При сравнении полученного выражения с (2) видим, что для молекулярной диффузии коэффициент массоотдачи равен

$$\beta = \sqrt{D/(\pi\tau)} . \quad (9)$$

Недостатком квазистационарного метода является то, что неизвестными являются и кинетический коэффициент k и коэффициент массоотдачи β (или коэффициент диффузии D), кроме того, метод применим только для молекулярной диффузии. Этот недостаток может быть устранён при использовании модифицированного квазистационарного метода (МКМ), причем числовые коэффициенты находятся экспериментально [5, 6]. Вводя характеристическое время σ , как это было сделано в ранее [6] $\sigma = D/(\pi k^2)$, получим для молекулярного массопереноса

$$MR = \frac{1}{1 + \sqrt{\tau/\sigma}} . \quad (10)$$

Достоинство уравнения (10) в том, что оно объединяет в одном параметре σ два неизвестных коэффициента k и D и легко решается относительно времени процесса

$$\tau = \sigma(MR - 1)^2 . \quad (11)$$

Следует отметить, что зависимости (9) – (11) применимы только для молекулярной диффузии. Для описания конвективной диффузии предложена [6] следующая безразмерная степенная зависимость

$$MR = \frac{1}{1 + (\tau/\sigma)^m} , \quad (12)$$

где показатель степени m зависит от скорости движения среды относительно обрабатываемого материала. Он учитывает также и период прогрева материала. Необходимо отметить также, что выражение (12) является обобщающим уравнением кинетики для внутренней задачи сушки.

Из уравнения (12) получим зависимость для времени при конвективной диффузии

$$\tau = \sigma(MR - 1)^{\frac{1}{m}} . \quad (13)$$

Дифференцируя уравнение (12) по времени, получим выражение для скорости процесса

$$N = -\frac{dw}{d\tau} = \frac{m(w_0 - w^*)(\tau/\sigma)^{m-1}}{\sigma[1 + (\tau/\sigma)^m]^2} . \quad (14)$$

Усадка материала оказывает значительное влияние на расчет процесса сушки. Уравнение процесса сушки (12), получено по МКМ в отсутствии усадки, т.е. при сохранении постоянного объема материала в процессе сушки ($V = \text{Const}$). В соответствии с этим, расчет изменения плотности материала при сушке без изменения его объема может быть выполнен по выражению текущего влагосодержания w по уравнению из соотношения

$$w = \frac{M - M_c}{M_c} = \frac{\rho}{\rho_c} - 1, \quad (15)$$

где ρ и ρ_c текущая плотность материала и плотность абсолютно сухого материала при постоянном объеме. Очевидно, что в этом случае зависимости влагосодержания и текущей плотности (12) от времени, имеют аналогичный вид, и плотность материала, как и влагосодержание уменьшается во времени сушки.

Обычно усадку материала измеряют в конце процесса сушки. Соответственно плотность материала в конце сушки при сохранении постоянного объема из уравнения (15) может быть записана как

$$\frac{\rho_k}{\rho_c} = w_k + 1, \quad (16)$$

При реальной сушке многие пищевые материалы дают усадку от их первоначального объема. Реальная конечная плотность материала при усадке ρ_y определяется аналогично уравнению (17) по реальному конечному влагосодержанию w_y (объем материала уменьшился) следующим образом

$$\frac{\rho_y}{\rho_c} = (w_y + 1). \quad (17)$$

Если, например, объем материала по сравнению с сушкой при постоянном объеме V уменьшился до реального конечного V_y в 2 раза ($V/V_y = 2$), то реальная конечная плотность ρ_y возрастет ($\rho_y/\rho_c = 2$) также в 2 раза (в общем случае ($k_y = \rho_y/\rho_c$), т.е. в k_y раз). Таким образом, реальная плотность ρ_y может быть в общем случае в k_y раз больше плотности при постоянном объеме ρ_k . При расчете по уравнениям (16) и (17) получим

$$(w_y + 1) = k_y(w_k + 1). \quad (18)$$

Так, если реальное конечное влагосодержание $w_y = 0.02$ и $k_y = 2$, то по зависимости (18) получим $w_k = -0.49$. Если усадка отсутствует ($k_y = 1$), то согласно (18) $w_k = w_y$. Таким образом, при наличии усадки всегда $w_y > w_k$ и последняя величина может быть даже отрицательной, как в данном случае, а числовое значение w_k по уравнению МКМ (для постоянного объема) количественно отражает степень усадки. Таким образом, для описания кинетики сушки в общем случае (при наличии усадки) необходимо определять из эксперимента три параметра: m , σ и w_k . А степень усадки k_y можно рассчитать по зависимости (18)

$$k_y = \frac{w_y + 1}{w_k + 1}. \quad (19)$$

В качестве примера применения уравнений МКМ для описания кинетики рассмотрим конвективную сушку в фонтанирующем слое моркови при различных температурах сушильного агента. На Рис.1 представлена кинетика сушки моркови при различных температурах. Морковь, используемая в этом исследовании, была взята с экспериментальных участков Сельскохозяйственного Научно-исследовательского института в Скернивице (Польша). Образцы были нарезаны в кубы со стороной 10 мм. Чтобы выявить эффект влияния температуры при сушке, были выполнены несколько экспериментов при различных температурах: 60°C, 70°C, 80°C и 90°C. Начальное влагосодержание было приблизительно 7 кг на сухую массу. Сушилка представляла собой вертикальный цилиндр 0,2 м в диаметре и 1 м высотой. Опорная решетка, которая служила также как газовый дистрибутор, имела отверстия с проходным сечением 4 мм². Коническое днище аппарата (0,25 м высотой) соединялось с трубой для разгрузки продукта

диаметром 0,065 м. Подача воздуха производилась снизу сушилки. Начальная высота неподвижного слоя была 0,1 м, в то время как высота фонтанирующего слоя была приблизительно 0,5 м. Средняя скорость воздуха в аппарате была около 4,5 м/с. Структура фонтанирующего слоя изменялась беспорядочно. Это было вызвано нерегулярностью распределения скорости воздушного потока в поперечном сечении аппарата.

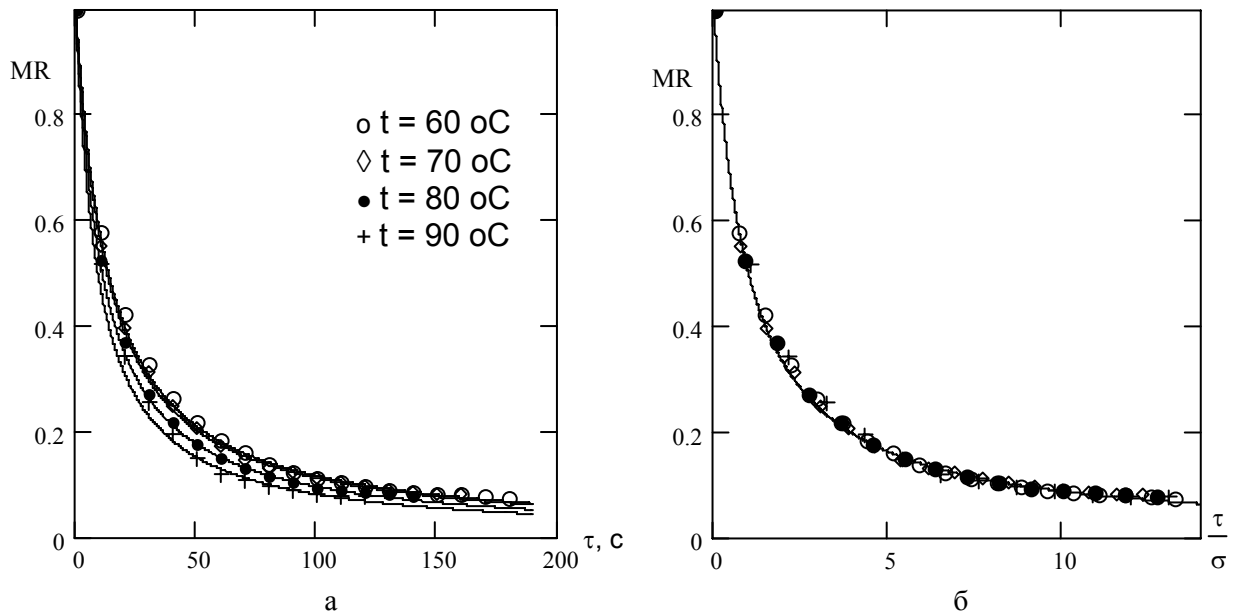


Рис. 1. Кинетика сушки моркови при различных температурах:
 а – зависимость безразмерного влагосодержания от времени для четырех температур,
 б – обобщенная зависимость от безразмерного времени сушки.

Модифицированный квазистационарный метод был проверен, сравнивая экспериментальные данные с расчетом по модели МКМ. Для нахождения квазистационарной модели кинетики безразмерного влагосодержания были рассчитаны параметры w_k , m и σ при обработке экспериментальных данных методом НК. Параметр m отражает гидродинамическую интенсивность контакта между сушильным агентом и материалом. При условии, что гидродинамические условия сушки моркови при различных температурах идентичны, может быть принято, что параметр m сохраняет постоянное значение $m = 1,6$. Все кривые на Рис. 1а построены при этом значении параметра m и при $w_k = -0,6$ (принята средняя усадка для всех опытов). Отрицательное значение параметра w_k свидетельствует о наличии значительной усадки. Для расчета характеристического времени при обработке опытных данных методом НК получена линейная зависимость его от температуры (t , °C)

$$\sigma = 26,3 - 0,19 \cdot t \quad (c). \quad (20)$$

Как следует из Рис. 1а, согласование расчета с опытными данными достаточно хорошее. Коэффициент корреляции Пирсона составил 0,9994. Полученные кривые сушки хорошо описывали экспериментальные данные по сушке моркови при различной температуре сушильного воздуха, особенно, когда температура материала была близка к температуре воздуха. При анализе кривых кинетики и скорости сушки видно, что период постоянной скорости сушки практически отсутствует. Небольшие отклонения наблюдались в начальный момент процесса сушки. Таким образом, МКМ может быть использован для описания кинетики сушки пищевых материалов.

На рис. 1б представлена обобщенная зависимость безразмерного влагосодержания от безразмерного времени сушки по уравнению (12) для тех же данных, что и на рис. 1а. Согласование расчета с опытными данными здесь также хорошее.

Зависимость (12) может быть линеаризована путем логарифмирования. На рис. 2 представлена такая линеаризация для тех же значений, что и на рис. 1. Как следует из рис. 2, согласование опытных значений с расчетом хорошее. Небольшие отклонения наблюдались в начальный момент сушки.

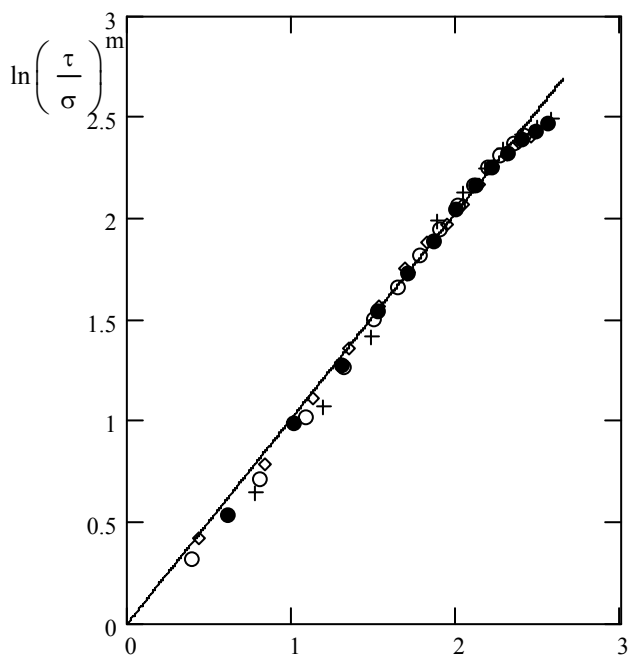


Рис. 2 Линеаризация зависимости влагосодержания (12) по МКМ.

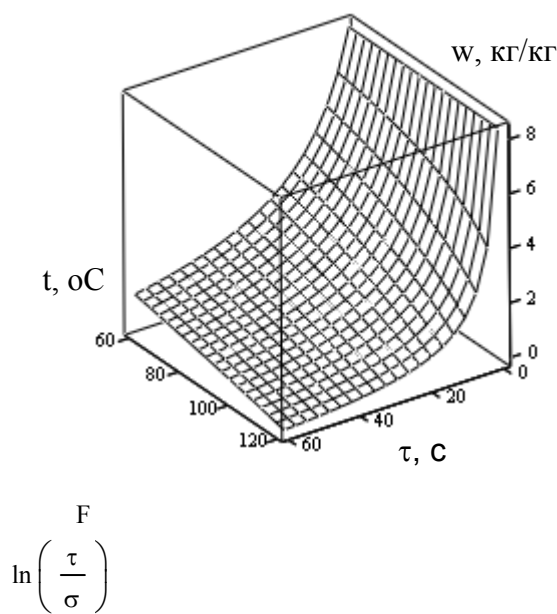


Рис. 3 Пространственная кинетика сушки моркови.

По результатам расчетов может быть построен в системе MathCAD трехмерный график кинетики сушки моркови $w = f(\tau, t)$, построенный на рис. 3, с учетом зависимостей (12) и (20).

Аналогичные графики получены также для сушки нарезки яблок, сельдерея, картофеля и лука. При сравнении с альтернативными математическими моделями [2, 4-6], найдено, что модифицированный квазистационарный метод более точен, удовлетворяет предельным условиям и успешно может использоваться для точного описания кинетики сушки пищевых продуктов при различных температурах с учетом их усадки. Для описания кинетики методом МКМ достаточно определить три параметра – характеристическое время сушки, индекс гидродинамической активности и конечное влагосодержание, рассчитанное с учетом усадки по изложенной выше методике. На основании МКМ может быть проведено обобщение экспериментальных данных, линеаризация обобщающей зависимости и получена трехмерная кинетика сушки.

Литература

- [1] Лыков А.В. Теория сушки. М.: Энергия, 1968, 472 с.
- [2] Gawrzynski, Z.; Glaser, R. Drying in a pulsed-fluid bed with relocated gas stream, Drying Technology, 1996, v. 14, N 5, pp. 1121-1172.
- [3] Франк -Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике, М.: Наука, 1987, 490 с.

[4] Markowski M. Air Drying of Vegetables: Evaluation of Mass Transfer Coefficient. J. Food Engineering, 1997, v. 34, pp. 55-62.

[5] Ефремов Г.И. Макрокинетика процессов переноса. Изд. МГТУ, 2001, 289 с.

[6] Ефремов Г.И. Модифицированный квазистационарный метод описания кинетики сушки гигроскопичных материалов. ИФЖ, т.72, №3, 1999, с. 420-424.

Список обозначений

C – коэффициент;

D – коэффициент;

J - диффузионный поток, м/с;

k – константа скорости химической реакции;

M – масса, кг;

MR - безразмерное влагосодержание;

m – индекс гидродинамической активности;

N – скорость сушки, 1/с;

t – температура, °С;

w – влагосодержание, кг/кг сухой массы;

β - коэффициент массоотдачи, м/с;

ρ - плотность, кг/м³;

σ - характеристическое время, с;

τ - текущее время, с.

Индексы:

* - равновесный;

0 – начальный;

к – конечный;

с – сухая масса.

Сокращения:

МКМ - модифицированный квазистационарный метод.

Аннотация

Для описания параметров кинетики и объемной усадки при сушке ряда овощей (нарезки яблок, моркови, сельдерея и лука) рассмотрены четыре альтернативные математические модели, включая ранее разработанный модифицированный квазистационарный метод (МКМ). При модификации метода введен индекс гидродинамической активности m , учитывающий одновременно конвективные потоки и стадию прогрева при сушке. На основе МКМ рассчитаны время, скорость и ускорение процесса, а также изменение влажности, температуры, усадка и эффективный коэффициент диффузии при сушке. Опытная проверка, выполненная при сушке ряда овощей, показала, что МКМ с высокой точностью описывает все, рассмотренные в данной работе, параметры конвективной сушки. При сравнении с альтернативными математическими модели найдено, что, несмотря на очевидную простоту полученных на основе МКМ зависимостей, этот метод более точен и удовлетворяет предельным условиям сушки. Коэффициент корреляции для всех экспериментов при расчете по МКМ составлял не менее 0,99.

Ил. 3, Библ. – 6 назв.