

UDC 536.24:532.5

ВЕРИФИКАЦИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОГРАММЫ RKN-M ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА СТЕРЖНЯХ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ СБОРОК

Б. Чесна

*Лаборатория безопасности ядерных установок,
Литовский энергетический институт, Каунас, Литва*

Введение

В газоохлаждаемых продольно обтекаемых стержневых сборках ядерных реакторов, в частности в сборках, охлаждаемых паром, подогрев теплоносителя в активной зоне составляет 200–350°C, а перепад температур между поверхностью стержней и теплоносителем – 100–150°C. Это обуславливает повышенную чувствительность теплогидравлических характеристик газоохлаждаемыхборок в зависимости от их конструкции и расположения стержней в поперечном сечении сборки.

Решение полной системы уравнений в частных производных для многосвязной области, какой является стержневая сборка, в настоящее время не представляется возможным, поэтому применяются приближенные ячеистые методы, смысл которых состоит в замене реальной сборки системой параллельных ячеек-каналов, обменивающихся между собой массой, импульсом и энергией.

Разработка как ячеистых, так и более точных методов требует экспериментального изучения гидродинамических характеристик стержневыхборок. В известных экспериментальных исследованиях (см. обзор [1]) рассматриваются сборки с правильными ячейками. Исследованияборок с большим числом ячеек малочисленны [2]. Практически нет работ по сборкам, имеющим неправильные ячейки. Такие работы проводились в Литовском энергетическом институте [3, 4]. Основная их цель – измерить скоростные поля и местное распределение касательных напряжений на твердых поверхностях в поперечном сечении сборки. Параллельно экспериментальным работам создавались и аналитические методики для расчета местных касательных напряжений на стержнях сборки, которые реализованные в компьютерных программных пакетах RKN и RKN-M [5, 6]. В настоящей работе представляется верификация упомянутых программных пакетов, используя как собственные экспериментальные данные, так и данные других исследователей.

Модели расчета касательных напряжений, реализованные в компьютерных программах RKN и RKN-M, представлены в работах [5, 6].

Результаты верификации

В сборках из круглых стержней распределение касательных напряжений на поверхностях стержней зависит не только от модели переноса, но и от методики расчета линии максимальных скоростей. Сравним касательные напряжения, рассчитанные с помощью программы RKN-M, с полученными нами данными и с найденными в литературе экспериментальными значениями. Расчеты ограничены диффузионной моделью переноса, где коэффициент анизотропии δ и коэффициент c_r в зависимости турбулентной вязкости в азимутальном направлении

$$\overline{\varepsilon_r} = c_r \frac{y_0 u_*}{\nu} \quad (1)$$

рассчитывались по зависимостям

$$\delta = 2 \left(\frac{u_{\max}}{u_0} \right)^3 \text{ и} \quad (2)$$

$$c_r = 0,067(1 - 1500/\text{Re}), \quad (3)$$

и конвективной моделью переноса, в которой коэффициент c_s в уравнении модели вторичного течения для произвольной субъячейки

$$w = c_s \frac{l_c}{u_*} \frac{du_*^2}{dl} \left(1 - 2 \frac{y}{y_0} \right) \quad (4)$$

определялся по зависимости

$$c_s = c_w Y^n, \quad (5)$$

где $l = r_w d \varphi$, l_c – азимутальная длина субъячейки, а Y – параметр неравномерности субъячейки, определяемый как $Y = (y_{\max} - y_{\min})/y_{\text{ср}}$ (здесь y – текущее расстояние от криволинейной поверхности до линии максимальных скоростей).

Прямоугольный канал с симметричным расположением стержней. К. Реме опубликовал уникальные результаты экспериментального исследования распределения полей скорости, турбулентных характеристик и касательных напряжений на смоченных поверхностях в прямоугольном канале с симметричным расположением стержней [7]. Эксперименты были предприняты с целью моделирования периферийной ячейки, образованной плоской стенкой и двумя стержнями. Чтобы уменьшить влияние боковых эффектов, в экспериментальной модели было предусмотрено 4 стержня, а основные измерения проведены для центральной, заштрихованной ячейки (рис. 1) при трех относительных шагах s/d : 1,071, 1,148 и 1,402 (табл. 1).

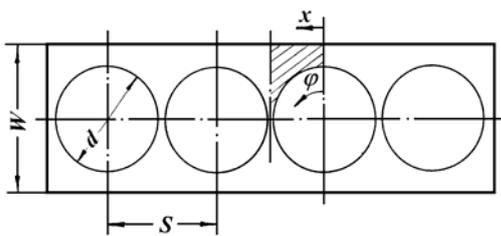


Рис. 1. Используемый К. Реме экспериментальный участок с симметричным расположением стержней

Таблица 1. Размеры поперечного сечения экспериментальных моделей

s/d	d , мм	w/d
1,071	157,5	1,072
1,148	139,0	1,148
1,402	100,0	1,401

При расчетах по программе RKN-M каждая субъячейка разбивалась на 21 узел, а относительная точность выхода из итераций при поиске линии максимальных скоростей составляла 0,75%.

Измеренные в эксперименте распределения касательных напряжений согласуются с характером изменения зазора y_0 по периметру. Диффузионная модель дает завышенную неравномерность $\tau_w/\tau_{\text{ср}}$ для всех экспериментальных моделей. При $s/d = 1,071$

максимальное расхождение между расчетными и экспериментальными данными составляет 35%. Наилучшее совпадение этих данных дает конвективная модель пучка с $s/d = 1,148$ (рис.2). При этом расчетные распределения касательных напряжений не зависят от значения показателя n . Это объясняется тем, что для всех субъязычек параметр неравномерности $Y \approx 1$.

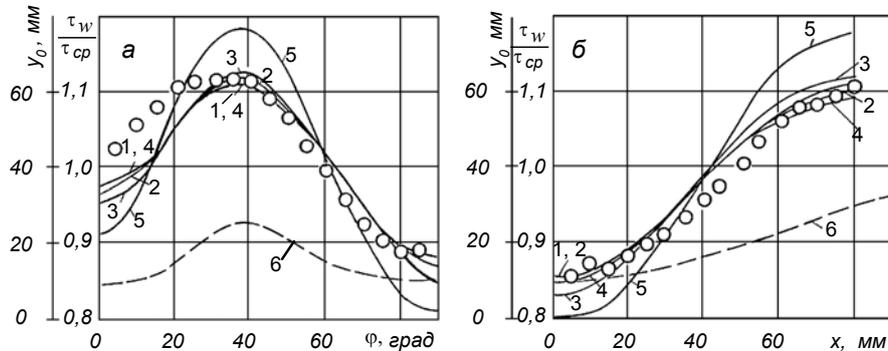


Рис.2. Распределение касательных напряжений (*a* – на стержне, *б* – на плоской стенке) и зазора y_0 в прямоугольном канале с симметричным расположением стержней ($s/d = 1,148$). Точки – эксперимент К. Реме [7]. Кривые – расчет по RKN-M: 1–3 – по конвективной модели соответственно при $n = 3, 2$ и 0 ($c_s = 0,1Y^n$); 4 – по конвективной модели при $n=0$ ($c_s = 0,2Y^n$); 5 – по диффузионной модели ($c_s = 0$); 6 – расчет y_0 по конвективной модели при $n = 0$ ($c_s = 0,1$)

Расчеты были выполнены для двух значений коэффициента c_w – 0,1 и 0,2. Совпадение расчетных и экспериментальных данных получено при $c_w = 0,1$. Это значение зафиксировано во всех последующих расчетах по программе RKN-M.

В двух других экспериментальных моделях значение Y в различных субъязычках отличалось от единицы. При $s/d = 1,071$ значение Y в трех субъязычках составляло 1,75, 1,72 и 1,63. В диапазоне $2 \leq n \leq 3$ расчетное значение касательного напряжения отличалось от экспериментального не более чем на 10% (рис. 3).

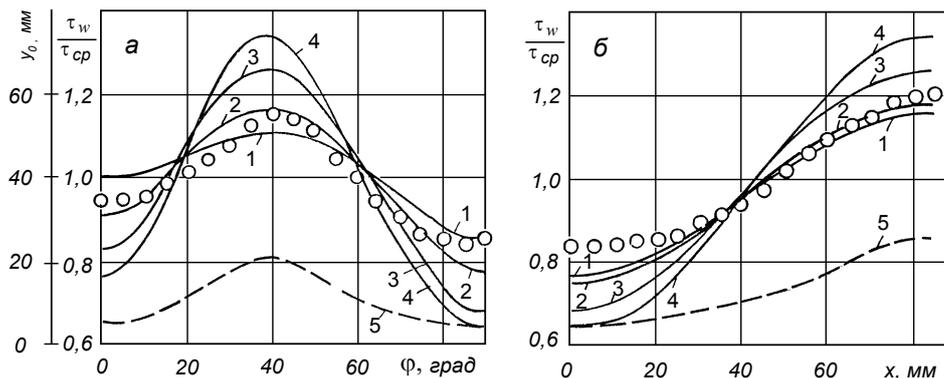


Рис.3. Распределение касательных напряжений (*a* – на стержне, *б* – на плоской стенке) и зазора y_0 в прямоугольном канале с симметричным расположением стержней ($s/d = 1,071$). Точки – эксперимент К. Реме [7]. Кривые – расчет по RKN-M: 1–3 – по конвективной модели соответственно при $n = 3, 2$ и 0 ($c_s = 0,1Y^n$); 4 – по диффузионной модели ($c_s = 0$); 5 – расчет y_0 по конвективной модели при $n = 0$ ($c_s = 0,1$)

Прямоугольный канал с асимметричным расположением стержней. К ранее проведенным экспериментам с симметрично расположенным четырьмя стержнями в прямоугольном канале К. Реме добавил эксперимент на модели со смещенным рядом

стержней [8]. Смещение стержней было осуществлено в модели с $s/d = 1,071$. В результате смещения в направлении самого узкого зазора относительный шаг W_n/d составил 1,048, а в направлении самого широкого (W_w/d) – 1,096. На рис. 4 показаны размеры поперечного сечения прямоугольного канала с асимметричным расположением стержней, а на рис. 5 – схема разбиения расчетной области на субъединицы. Каждая субъединица разбивалась на 11 узлов.

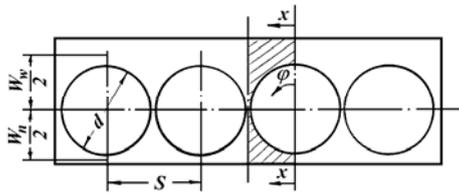


Рис. 4. Использованный К. Реме экспериментальный участок с асимметричным расположением стержней

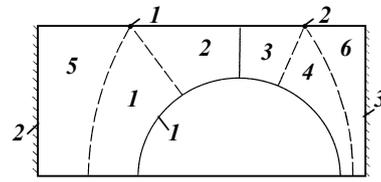


Рис. 5. Схема разбиения поперечного сечения прямоугольного канала с асимметричным расположением стержней на субъединицы

На рис. 6 и 7 показаны распределения расчетных и экспериментальных относительных касательных напряжений τ_w/τ_{cp} соответственно на стержне и плоской стенке. Как и в случае симметричного расположения стержней, ход расчетных и экспериментальных значений распределений τ_w/τ_{cp} совпадает с изменением зазора y_0 по периметру. По-прежнему диффузионная модель переноса дает завышенную неравномерность распределения τ_w/τ_{cp} по сравнению с аналогичными экспериментальными данными. В самом узком зазоре расчетное значение τ_w/τ_{cp} на 50% ниже экспериментального.

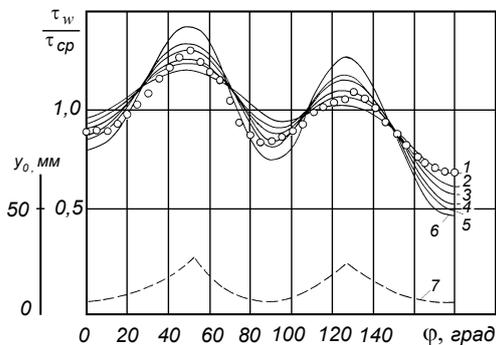


Рис. 6. Распределение касательных напряжений на центральном стержне в прямоугольном канале с асимметричным расположением стержней. Точки – эксперимент К. Реме [8]; Кривые – расчет по RKN-М: 1–5 – по конвективной модели соответственно при $n = 3, 2,5, 2, 1$ и 0 ; 6 – по диффузионной модели ($c_s=0$); 7 – расчет y_0 по конвективной модели ($n = 0, c_s = 0,1$)

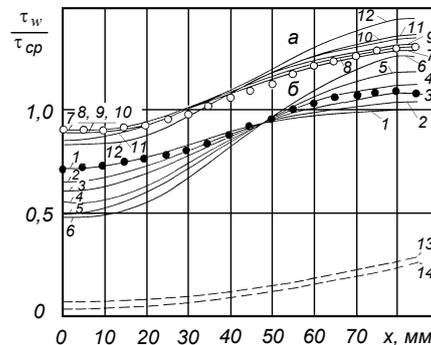


Рис. 7. Распределение касательных напряжений на более отдаленной от стержней плоской стенке (а) и более близкой стенке (б) в прямоугольном канале с асимметричным расположением стержней. Точки – эксперимент К. Реме [8]; Кривые – расчет по RKN-М: 1–5 и 7–11 по конвективной модели соответственно при $n = 3, 2,5, 2, 1$ и 0 ; 6, 12 – по диффузионной модели ($c_s=0$); 13, 14 – расчет y_0 по конвективной модели ($n = 0, c_s = 0,1$)

Учет влияния вторичных течений позволяет улучшить согласование расчета с экспериментом. На рис. 6 и 7 показаны расчетные кривые, полученные при $n = 0, 1, 2, 2,5$ и 3 . Как и в случае симметричного расположения стержней, наилучшее согласование расчета с экспериментом удается получить при $2 \leq n \leq 3$. При $n = 3$

наблюдается совпадение расчетного и экспериментального значений τ_w/τ_{cp} в самом узком зазоре, однако в остальной части расчет дает более сглаженное по сравнению с экспериментом распределение τ_w/τ_{cp} . При $n = 2$ наблюдается противоположная картина. В качестве компромиссного значения можно выбрать $n = 2,5$. При этом расслоение расчетных и экспериментальных данных не превышает 10%.

Одной из задач расчета по программе RKN-M является получение коэффициентов трения (коэффициентов формы) ячеек и сборки в целом. По табл. 2 можно судить о влиянии модели переноса на коэффициент формы ячеек прямоугольного канала с симметричным ($s/d = 1,071$) и асимметричным расположением стержней, а также сопоставить эти данные с результатами эксперимента.

При расчете по конвективной модели переноса расчетные и экспериментальные значения коэффициента формы ячеек совпадают с точностью 1–3%. При расчете по диффузионной модели переноса в тесной ячейке ($W_w'/d = 1,048$) расчетное значение коэффициента формы на 10% ниже экспериментального.

Таблица 2. Коэффициенты формы элементарных ячеек прямоугольного канала

s/d	Эксперименты [7, 8]	Диффузионная модель, $c_S = 0$	Конвективная модель, $c_S = 0,1 Y^2$
1,072	0,97	0,92	0,96
1,048	0,947	0,86	0,92
1,096	0,96	0,95	0,99

19-и стержневая сборка в шестигранном кожухе. В работе [2] представлены экспериментальные данные крупномасштабной модели, состоящей из 19 гладких стержней наружным диаметром 120 мм, расположенных в правильной треугольной решетке с относительным шагом $s/d = 1,17$. Длина модели составляла 6 м. Сборка стержней помещена в шестигранный кожух, стенки которого касались периферийного ряда сборки. На расстоянии 2 и 4 м от входа в модель были установлены дистанционирующие ребра, которые имели овальную форму сечения с максимальными размерами 6 и 55 мм. На входе и выходе сборка труб дистанционировалась решетками. Центральный стержень мог дискретно перемещаться на величину e в направлениях одного или двух соседних стержней, оставаясь параллельным продольной оси модели (рис. 8). Пять стержней (№1, 4–7) можно было поворачивать на 360° . В модели имелись отборы статического давления, устройства для перемещения и регистрации положения датчиков скорости в потоке. Основное сечение измерений располагалось на расстоянии 400 мм от выхода из модели (или $116d_T$ от входа). Касательные напряжения пересчитывались, согласно методике Престона, по скоростным напорам, измеренным трубками Пито, лежащими на стенках стержней.

На рис. 8 показано распределение относительного касательного напряжения по периметру центрального стержня, экспериментально полученное в работе [2]. Эксперименты проведены при смещении центрального стержня на расстояние 20,4 мм от основного положения в направлении оси симметрии, проходящей между стержнями 6 и 7. В качестве нормирующей величины τ_{cp} взято среднее значение τ_w на центральном стержне. На этом же рисунке приведены результаты расчета τ_w/τ_{cp} по программе RKN-M с применением диффузионной и конвективной моделей переноса для разных значений n в зависимости (5). Аналогично экспериментам на прямоугольном канале [8] в основном экспериментальное распределение τ_w/τ_{cp} следует ходу изменения зазора y_0 за исключением самой широкой области, примыкающей к стержням 3 и 4. В зоне

самого узкого зазора наблюдается смещение минимума экспериментальной зависимости τ_w/τ_{cp} относительно положения минимального зазора y_0 (кр. 7).

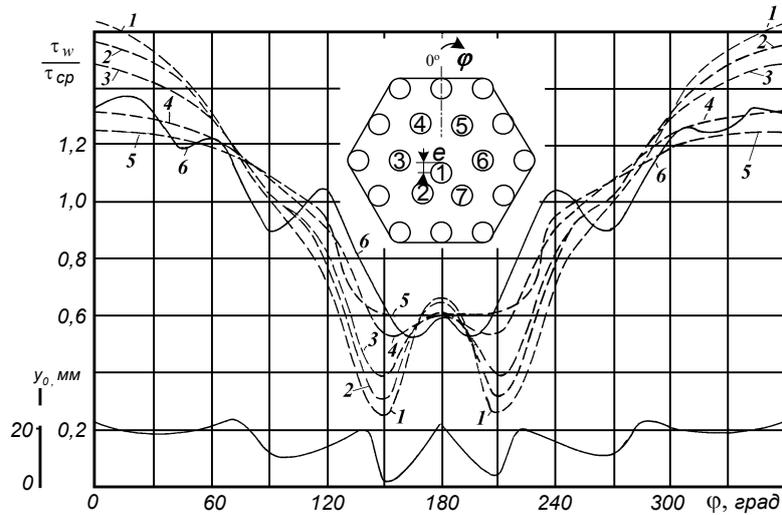


Рис. 8. Распределение экспериментальных и рассчитанных с помощью программы RKN-M касательных напряжений и зазора y_0 вокруг центрального стержня в 19-стержневой сборке с шестигранным кожухом при $s/d = 1,17$ и смещенным на $e = 20,4$ мм центральным стержнем. 1 – расчет по диффузионной модели ($c_s = 0$), 2–5 – расчет по конвективной модели соответственно при $n = 0, 1, 2$ и $2,5$; 6 – эксперимент [2], 7 – расчет y_0 по конвективной модели ($n = 0, c_s = 0,1$)

Из сопоставления расчетного и экспериментального распределений τ_w/τ_{cp} следует, что и диффузионная, и конвективная модели переноса не дают минимумов в точках $\varphi = 45$ и 90° , характерных для экспериментального распределения. Диффузионная модель дает сильно завышенную по сравнению с экспериментом неравномерность τ_w/τ_{cp} . В самом узком зазоре расчетное значение τ_w/τ_{cp} (рис. 8, кр. 1) в 2,5 раза ниже экспериментального значения. Учет влияния вторичного течения улучшает согласование расчета τ_w/τ_{cp} с экспериментом. При $n = 2$ разница между расчетными и экспериментальными данными не превышает 18%.

Следует отметить, что применение одновихревых конвективных моделей градиентного и неградиентного типа приводит к сглаживанию распределения τ_w/τ_{cp} в области $\varphi = 45$ и 90° . Диффузионная модель также не дает минимумов τ_w/τ_{cp} в точках $\varphi = 45$ и 90° . Наличие указанных минимумов говорит об ухудшении переносных свойств потока в этих областях по сравнению с таковыми в случае диффузионной модели. Подобное явление можно объяснить тем, что в субъячейках 2–6 (рис. 9) имеет место один общий вихрь, который в некоторых субъячейках действует против диффузии, ослабляя переносные свойства потока. В субъячейке 1, по-видимому, размещается один вихрь. Из чисто геометрических соображений можно прийти к выводу, что самый узкий зазор как бы делит поперечное сечение на две области: субъячейку 1 и субъячейки 2–6, в которых изменение зазора y_0 сравнительно мало.

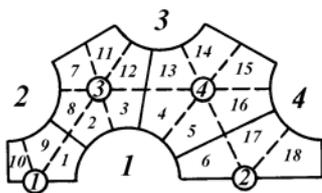


Рис. 9. Схема разбиения поперечного сечения 19-стержневой сборки [2] с шестигранным кожухом при $s/d = 1,17$ и $e = 20,4$ мм для программы RKN-M. 1–4 – стержни сборки, 1–4 в кружках – номера элементарных ячеек. Остальные цифры – номера субъячеек

На рис. 9 дана схема разбиения расчетной области на элементарные ячейки и субъячейки. В качестве расчетной области выбрана область, лежащая внутри первого ряда из шести стержней (18 субъячеек).

В рамках рассматриваемого приближенного метода вряд ли возможно заранее предугадать количество вихрей и их направление.

19-стержневая сборка в круглом кожухе. В Литовском энергетическом институте в рамках комплексной программы проведены теплогидравлические исследования сборки стержней пароперегревательной кассеты. Ввиду простоты технологической сборки исследуемый пучок получился неправильным – сборка имела 4 ячейки различного типа и с разными гидравлическими диаметрами (рис. 10). Измерения касательных напряжений проведены на крупномасштабной модели (3:1), состоящей из 19 гладких стержней наружным диаметром 30 мм и длиной 3,3 м, помещенных в круглый кожух внутренним диаметром 215 мм. Основное сечение измерений располагалось на расстоянии 3,167 м от входа в модель. Касательные напряжения на смоченных поверхностях определялись по показаниям трубок Пито, лежащих на стенках стержней. Измерения проводились при повороте стержня вокруг своей оси через каждые 6° .

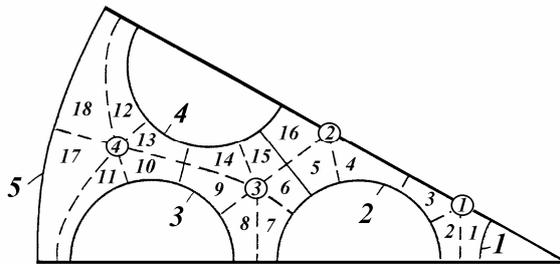


Рис. 10. Схема разбиения поперечного сечения 19-стержневой модели пароперегревательной сборки на элементарные ячейки и субъячейки для программ типа RKN. 1–5 – поверхности стержней и кожуха; 1–4 в кружках – номера элементарных ячеек. Остальные цифры – номера субъячеек

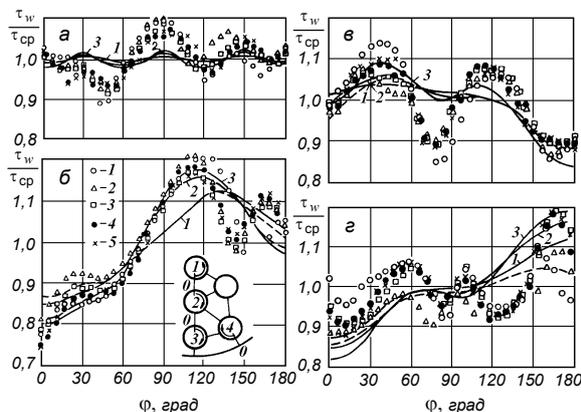


Рис. 11. Профили напряжения трения и расстояния линии максимальных скоростей по периметру центрального стержня 19-стержневой сборки в круглом кожухе ($s/d = 1,35$). а, б, в и г – соответственно для стержней №1, 2, 3 и 4. Кривые: 1 – расчет по RKN, 2 – расчет по RKN-M конвективной модели, 3 – расчет по RKN-M диффузионной модели. Точки – эксперимент: 1 – $Re = 8,8 \cdot 10^4$, $\tau_{cp} = 3,713 \text{ Н/м}^2$; 2 – соответственно $9,98 \cdot 10^4$ и $4,699 \text{ Н/м}^2$; 3 – $6,02 \cdot 10^4$ и $1,898 \text{ Н/м}^2$; 4 – $4,98 \cdot 10^4$ и $1,359 \text{ Н/м}^2$; 5 – $3,61 \cdot 10^4$ и $0,754 \text{ Н/м}^2$

На рис. 10 дана схема разбиения расчетной области на элементарные ячейки и субъячейки. Каждая субъячейка дополнительно разбивалась на 11 частей. На рис. 11 сопоставлены расчетные и экспериментальные данные. Нормирующей величиной τ_{cp} является среднее значение τ_w измеряемого стержня. На том же рисунке показано изменение в зависимости от ϕ величины местного зазора y_0 , полученной в расчетах по программе RKN. Характер экспериментальной зависимости τ_w/τ_{cp} от ϕ качественно совпадает с распределением y_0 только для стержней 2 и 3, наблюдается одинаковое количество максимумов и минимумов, примерно совпадают их координаты по ϕ . Для стержней 1 и 4 симметрия в распределении τ_w/τ_{cp} отсутствует, хотя в идеальной сборке она должна повторяться через каждые 30° . Отсутствие симметрии можно объяснить

наличием эксцентриситета и прогибом стержней, а также методикой измерений τ_w (поворот всего стержня с датчиками).

В наших экспериментах [6] диаметр стержней был в 3 – 5 раз меньше, чем в экспериментах Ф. Мантлика [2] или К. Реме [7, 8]. Поэтому отклонения в геометрии сборки от заданных параметров могли значительно повлиять на измерение τ_w . Этим можно объяснить и усиление влияния Re на распределение τ_w/τ_{cp} (в пределах 10%).

На поверхности стержня 4 наблюдается дополнительный максимум в распределении экспериментальной τ_w/τ_{cp} в области $\varphi = 100^\circ$. Обусловлен ли этот максимум отклонениями в геометрии пучка, или же он вызван вторичными течениями – трудно сказать.

Неравномерность распределения касательных напряжений на каждой смоченной поверхности стержня можно охарактеризовать соотношением τ_{max}/τ_{min} . Согласно нашим исследованиям, на центральном стержне неравномерность распределения τ_{max}/τ_{min} составляет 1,16–1,2, в то время как в опытах [9] для правильной ячейки с тем же значением $s/d = 1,35$, что и в настоящих опытах, значение τ_{max}/τ_{min} составило всего 1,04. Для дополнительной проверки нашей методики был собран пучок ($s/d = 1,35$) из тех же стержней в правильную треугольную упаковку, помещенную в шестигранный кожух, и проведены измерения τ_w по той же методике и теми же датчиками. Как видно из рис. 12, в правильной сборке неравномерность распределения τ_{max}/τ_{min} составляет только ~4%. Поэтому можно полагать, что на столь большую неравномерность распределения τ_w на центральном стержне в пучке с теплогидравлически сильно неравноценными ячейками влияет сама геометрия пучка, видимо, приводящая к более сильным вторичным течениям, значительно влияющим на распределение поверхностного трения вокруг центрального стержня. Это предположение нуждается в проверке путем проведения специальных опытов по измерению структуры потока с целью определения формы и интенсивности генерируемых в таких сборках макровихрей.

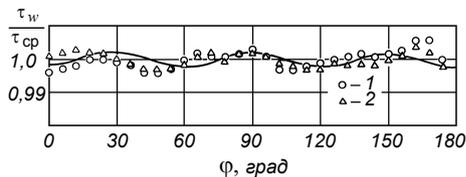


Рис. 12. Распределение относительных касательных напряжений на центральном стержне в правильной треугольной упаковке в шестигранном кожухе. Сплошная линия – расчет по [10] и при помощи программы RKN. Точки – эксперимент: 1 – $Re = 0,97 \cdot 10^5$, 2 – $Re = 0,58 \cdot 10^5$

Расчеты распределения τ_w/τ_{cp} на стержне 2 (рис. 11) по программе RKN-M с использованием диффузионной и конвективной моделей переноса позволяют улучшить согласование расчета с экспериментом. При этом разница расчетных значений τ_w/τ_{cp} по двум моделям сравнительно невелика, что объясняется небольшим вкладом вторичных течений в полный перенос количества движения (параметр неравномерности $Y < 1$).

Из распределения τ_w/τ_{cp} на стержне 3 видно, что одновихревые модели переноса не дают минимума касательного напряжения в точке $\varphi = 75^\circ$. По-видимому, в раздвинутых пучках ($s/d > 1,2$) вторичные течения могут иметь место не в одной субъячейке, а в двух и более.

Отклонение значений τ_w/τ_{cp} , рассчитанных по конвективной модели ($c_s = 0,1 Y^2$), от экспериментальных значений не превышает 10 – 15%.

В качестве справочного материала в табл. 3 даны результаты расчета коэффициентов формы по трению для четырех ячеек и всего поперечного сечения в целом. Расчеты выполнены с помощью программы RKN-M с использованием конвективной модели ($c_s = 0,1 Y^2$) для четырех значений диаметра кожуха, которые

имели место либо в экспериментах [4], либо в штатной пароперегревательной сборке в результате пересчета на масштаб 1:1.

Таблица 3. Коэффициент формы для ячеек и сборки в зависимости от диаметра кожуха

Диаметр кожуха D_k , мм	Коэффициент формы				
	Номер элементарной ячейки				Сборка
	1	2	3	4	
71,6	1,07	1,06	1,07	1,05	1,05
71,2	1,07	1,06	1,07	1,04	1,04
70,0	1,07	1,06	1,07	1,03	1,03
69,2	1,07	1,06	1,07	1,02	1,02

Из табл. 3 видно, что коэффициенты формы элементарных ячеек №1, 2 и 3 практически одинаковы и не зависят от диаметра кожуха. Коэффициент формы ячейки №4 уменьшается на 3% с уменьшением диаметра кожуха от 71,6 до 69,2 мм.

Выводы

1. Верификация компьютерных программных пакет RKN и RKN-M при помощи экспериментальных данных показало, что расчетные результаты хорошо описывают экспериментальные данные по распределению касательных напряжений не только в правильных ячейках, но и в сборках с неправильными ячейками.
2. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений касательных напряжений показало, что применение одновихревых конвективных моделей градиентного и неградиентного типа приводит к сглаживанию распределения касательных напряжений в области $\varphi = 45$ и 90° . Диффузионная модель также не дает минимумов касательных напряжений в точках $\varphi = 45$ и 90° . Наличие указанных минимумов говорит об ухудшении переносных свойств потока в этих областях по сравнению с таковыми в случае диффузионной модели. Подобное явление можно объяснить тем, что в некоторых субъячейках имеет место один общий вихрь, который в некоторых субъячейках действует против диффузии, ослабляя переносные свойства потока.

Литература

- [1] Kjellstrom B. Studies of Turbulent Flow Parallel to Rod Bundle of Triangular Array. AE-487. Sweden, 1974.
- [2] Мантлик Ф., Гейна Я., Червенка Я. и др. Гидродинамика потока теплоносителя в сборках ТВЭЛ быстрых реакторов // В сб.: Матер. Симпоз. СЭВ. Марианске Лазне, ЧССР. 4–7 апреля 1978, т. 1, стр. 36–49.
- [3] Cesna B. Specific Features of the Heat Transfer and Wall Shear Stress in Irregular Rods Bundle. Transport Processes in Engineering, 2, Recent Advances in Heat Transfer. Proceedings of the First Baltic Transfer Conference. Goteburg, Sweden. August 26-28, 1991. Transport Processes in Engineering, 2. Elsevier, 1992, pp. 550–560.
- [4] Колесниковас И. Ю., Папандин М. В., Смирнов В. П., Чесна Б. А. Гидродинамические характеристики продольно обтекаемой стержневой сборки. // Тр. АН ЛитССР. Сер. Б, 1985, т.2(147), стр. 39–48.

- [5] Cesna B. Methodology of shear stress calculation in irregular rod bundle // HEFAT 2003: Proceed. of the 2nd International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics & Thermodynamics, 23 – 26 June 2003. Victoria Falls, Zambia, Paper number: CB1.
- [6] Чесна Б. Теплоотдача и гидродинамика в газоохлаждаемых стержневых тепловыделяющих сборках (Теплофизика, 27). Каунас, ЛЭИ, 2003, 231 с.
- [7] Rehme K. Turbulent Momentum Transport in Rod Bundles // Nuclear Engn. and Des., 1980, vol. 62, pp. 137–146.
- [8] Rehme K. Distributions of velocity and turbulence in a parallel flow along an asymmetric rod bundle // Nuclear Technology, October 1982, vol.59, pp. 148–155.
- [9] Trupp A. C., Azad R. S. The structure of Turbulent Flow in Triangular Array Rod Bundles // Nuclear Engn. and Des, 1975, vol. 32, pp. 47–84.
- [10] Ибрагимов М. Х., Исупов И. А., Кобзарь Л. Л. и др. Расчет касательных напряжений на стенке канала и распределение скоростей при турбулентном течении жидкости // Атомная энергия, 1966, т. 21, вып. 2, стр. 101–108.